به نام خدا

New

ریاضیات جامع(۱) نظام جدید

اثری از استاد: عبدالرضا منتظری - مهران قاسمی

موسسه ی حرف آخر

قیمت: ۳۵۰۰۰ تومان

خرید اورجینال کتاب کارهای حرف آخر

02166000362

Harfeakhariam.com

سایت مرکزی حرف آخر

ترکیب واعمال جبری روی توابع

۱

$f(x)=۲x-۳$ $\quad ۱۰ \to \boxed{f} \to ۱۷$

الگوی ماشینی

$a \to \boxed{f} \to b$ $\quad a \leftarrow \boxed{f^{-۱}} \leftarrow b$

$(fog)(a)=۴ \quad a \to \boxed{g} \to \boxed{f} \to ۴$

$(f^{-۱}og)(۵)=b \quad ۵ \to \boxed{g} \to \boxed{f^{-۱}} \to b$

۲

س۹۶: دو تابع $f=\{(۵,۲),(۷,۳),(۱,۴),(۳,۶),(۹,۱)\}$ و $g(x)=\sqrt{۵x+۹}$ مفروضند. اگر $g^{-۱}of^{-۱}(a)=۸$ باشد a؟

س۹۳: دو تابع $g=\{(۲,۵),(۳,۴),(۱,۶),(۴,۷),(۸,۱)\}$ و $f(x)=۲x-۵$ مفروضند. اگر $f^{-۱}og(a)=۶$ باشد، a ؟

۳

سد۹۱: اگر $g=\{(۱,۲),(۵,۴),(۶,۵),(۲,۳)\}$ و $f(x)=x+\sqrt{x}$ و $g(f(a))=۵$ باشد، عدد a کدام است؟

۴

سد۸۶: اگر خروجی از ماشین شکل زیر $\frac{۴}{۳}$ باشد، مقدار ورودی کدام است؟

ورودی $\to \boxed{۲x-۲} \to \boxed{\frac{x}{\sqrt{x}+۱}} \to$ خروجی

۵

س۹۸: اگر $f(x)=\frac{۲}{۵}x-۴$ و $g(x)=x^۳+x$ باشند، مقدار $(g^{-۱}of^{-۱})(۸)$ کدام است؟

۱) ۱/۵ $\quad$ ۲) ۲ $\quad$ ۳) ۲/۵ $\quad$ ۴) ۳

۶

سخ۹۱: اگر توابع f و g به عنوان ماشین به صورت زیر باشند و $g(x)=۳x+۴$، مقدار $f(۵)$ کدام است؟

$x \longrightarrow \boxed{f} \longrightarrow \boxed{g} \longrightarrow ۲x$

۷

سد۹۶: دو تابع f و g مفروض اند اگر $f^{-۱}(g(۲a))=۶$ باشد، a کدام است؟ $f=\{(۲,۵),(۶,۳),(۳,۷),(۴,۱),(۱,۹)\}$ $\quad g(x)=\frac{x}{x-۱}$

۱) $\frac{۱}{۲}$ $\quad$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ $\quad$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ $\quad$ ۴) $\frac{۵}{۲}$

۸

تالیفی: با توجه به ماشین زیر اگر $f(x)=x+\sqrt{x^۲+۱}$ باشد، مقدار $g(۲)$ را بیابید.

$x \to \boxed{f} \to \boxed{g} \to x$

۹

سد۸۸: در تابع با ضابطه $f(x)=-x+\sqrt{-۲x}$ مقدار $f^{-۱}(۴)$ را بیابید.

۱۰

تالیفی: با توجه به ماشین زیر اگر $f(x)=\sqrt[۳]{۹-x}$ باشد، مقدار $g^{-۱}(۲)$ را بیابید.

$x \to \boxed{f^{-۱}} \to \boxed{g} \to x$

۱۱

مثال: اگر $f(x)=\frac{۳x-۱}{x+۲}$ و $gof(x)=\frac{۲x+۱}{x-۳}$ آنگاه مقدار $g(۲)$ کدام است؟

۱) ۶/۵ $\quad$ ۲) $-۶/۵$ $\quad$ ۳) ۵/۵ $\quad$ ۴) $-۵/۵$

۱۲

مثال:

$$\left.\begin{matrix} f=\{(۱,۲),(۲,۴),(۳,۵)\} \\ g=\{(۴,۱),(۲,۳),(۵,۴)\} \end{matrix}\right\} \to (fog)(x)=?$$

۱۳

سخ۹۰: دو تابع $f=\{(۱,۲),(۲,۳),(۴,۵),(۳,۴)\}$ و $g=\{(۲,۱),(۳,۲),(۵,۴)\}$ مفروض اند. تابع $g^{-۱}of^{-۱}$ را بیابید.

۱۴

مثال: اگر f و g به صورت زیر باشد، تابع $go f^{-۱}$ ؟

$f=\{(۱,۲),(۲,۵),(۰,۳),(۴,-۱)\}$

$g=\{(۲,۳),(-۱,۴),(۴,۱),(۳,۰)\}$

۱۵

سد۹۰: توابع $f=\{(۲,۱),(۳,۲),(۴,۵),(۱,۷)\}$ و $g=\{(۱,۲),(۳,۱),(a,۳),(b,۱)\}$ مفروض اند. اگر $(۴,۲)\in fog$ و $(۴,۱)\in gof$ باشند، دو تایی (a,b) کدام است؟

۱۶

مثال: $f(x)=\frac{x}{x-۲}$ $\quad g=\{(۰,۱),(۱,۲),(۳,۴),(۵,۳)\}$

$(fog)(x)=?$

۱۷

مثال: اگر $f(x)=\begin{cases} x-۴ & x>۰ \\ -۲x-a & x<۰ \end{cases}$ و $fof(۳)=-۵$ آنگاه مقدار a کدام است؟ ۱) ۵- $\quad$ ۲) ۵ $\quad$ ۳) ۷- $\quad$ ۴) ۷

۱۸

تالیفی: با توجه به توابع زیر، تابع fog را بیابید.

$f(x)=\begin{cases} \sqrt{x} & x\geq ۱ \\ x^۲+۱ & x<۱ \end{cases}$ $\quad g=\{(-۱,۲),(۰,\frac{۱}{۲}),(۱,۴)\}$

۱۹

تالیفی: با توجه به توابع زیر، تابع gof را بیابید.

$f(x)=\begin{cases} \sqrt{x} & x\geq ۱ \\ x^۲+۱ & x<۱ \end{cases}$ $\quad g=\{(-۱,۲),(۰,\frac{۱}{۲}),(۱,۴)\}$

۲۰

تالیفی: $g(x)=\begin{cases} ۱-x^۲ & x\geq ۳ \\ ۲x-۳ & x<۳ \end{cases}$ و $f(x)=x-۱$

مفروضند. نمودار تابع fog با محور xها در چند نقطه برخورد دارد؟ $(fog)(x)=۰$

۲۱

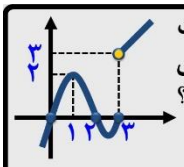
تالیفی: $f(x)=x-1$ و $g(x)=\begin{cases}1-x^2 & x<1\\ 2x-3 & x\geq 1\end{cases}$
مفروضند. مجموع ریشه های تابع gof کدام است؟

۲۲

مثال: $f(x)=\begin{cases}x^2 & x<0\\ 1 & x\geq 0\end{cases}$ $\rightarrow (fof)(x)=?$

۲۳

تالیفی: اگر نمودار $f(x)$ به صورت مقابل باشد، مجموع ریشه های معادلهٔ $f(f(x))=0$ کدام است؟



۲۴

تمرین ۹۴: تابع با ضابطهٔ $g(x)=x-\sqrt{x}$ مفروض است. اگر نمودار تابع f محور xها را در دو نقطه به طول های ۶ و $\frac{1}{4}$ قطع کند، آنگاه نمودار تابع fog، محور xها را با کدام طول قطع می کند؟

۴) $4,\frac{1}{9}$ ۳) $9,\frac{1}{4}$ ۲) $4,\frac{1}{4}$ ۱) $4,9$

۲۵

تمرین ۹۵: اگر $f(g(x))=8x^2+6x+5$ و $g(x)=2x+1$ آنگاه:

۱) $f(x)=2x^2-x+4$ ۲) $f(x)=2x^2-2x+3$
۳) $f(x)=2x^2+3x+1$ ۴) $f(x)=2x^2+x+3$

۲۶

تمرین ۹۶: اگر $f(x)=\frac{2x-1}{x+1}$ و $g(x)=\frac{2x+2}{2-x}$ باشند، ضابطهٔ $g(f(x))$ کدام است؟

۱) $x-1$ ۲) $x+1$ ۳) x ۴) $2x$

۲۷

مثال: اگر $f(x)=2x+3$ و $g(x)=5x+k$ و $fog(x)=gof(x)$ آنگاه مقدار k کدام است؟

۱) -6 ۲) 6 ۳) -12 ۴) 12

۲۸

۲۹

مثال $f(x)=\sqrt{x+6}$, $g(x)=x+2$
$D_{fog(x)}=?$

۳۰

مثال $f(x)=\frac{x}{x-2}$, $g(x)=\sqrt{x-1}$
$D_{fog(x)}=?$

۳۱

مثال $f(x)=\sqrt{x-1}$, $g(x)=\sqrt{1-x}$
$D_{gof(x)}=?$

۳۲

مثال $f(x)=\frac{x}{x-2}$, $g(x)=\sqrt{x-1}$
$D_{gof(x)}=?$

۳۳

مثال
- $f(x)=2x+5$, $f(u^2+2)=$
- $f(x)=2x^3+3$, $f(\sqrt[3]{x+1})=$
- $f(x)=x^2-1$, $fof(x)=$

۳۴

مثال $f(x)=x^2+1$, $g(x)=1-x$
$fog(x)=$

نمودارهای دو تابع g و fog در چند نقطه متقاطع اند؟

۳۵

مثال
$f(x)=?$
$g(x)=3x+4$ $g(f(x))=2x$

مثال
$g(x)=?$
$f(x)=x+1$ $fog(x)=x^2+2x+2$

۳۶

مثال $f(x)=ax+b$, $fof(x)=4x+1$ $a,b=?$

۳۷

مثال اگر $f(x)=\frac{1-3x}{2+x}$ و $g(x)=\frac{2x+3}{2-x}$ آنگاه ضابطهٔ $f(g(x))$ کدام است؟

۱) $x+1$ ۲) $-x-1$ ۳) $-x$ ۴) x

۳۸

د ۹۳ اگر $g(x)=2x-3$ و $f(g(x))=4(x^2-4x+5)$ آنگاه ضابطهٔ $f(x)$ کدام است؟

۱) x^2-4x+3 ۲) x^2-4x+5
۳) x^2-2x+5 ۴) x^2-2x+3

۳۹

مثال $f(3)=?$, $g(x)=2x-1$
$fog(x)=\frac{x}{x-3}$

۴۰

مثال اگر $f(x)=\frac{1+x}{x-1}$ و $fog(x)=\frac{x^2+2}{x^2+1}$ آنگاه مقدار $g(1)$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

۴۱

مثال دو تابع با ضابطه های زیر مفروض اند اگر $g^{-1}of(a)=3$ مقدار a کدام است؟ ۱) -4 ۲) -1 ۳) ۴ ۴) ۲

$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x} & x\geq 0\\ -\sqrt{-x} & x<0\end{cases}$
$g=\{(2,-1),(-1,4),(3,-2),(-4,-3)\}$

۴۲

خ ۹۸ اگر $f(x)=\frac{۲}{۵}x-۴$ و $g(x)=x^۳+x$ باشند، مقدار $(g^{-۱}of^{-۱})(۸)$ کدام است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۲ ۳) ۲/۵ ۴) ۳

به عنوان تمرین

۴۳

د ۹۸ توابع f و g داده شده اند، تابع $\frac{g}{gof^{-۱}}$ ، کدام است؟

۱) $\{(۴,۲),(۵,۲)\}$
۲) $\{(۴,۲),(۳,۵)\}$
۳) $\{(۵,۲),(۲,۴)\}$
۴) $\{(۳,۵),(۲,۴)\}$

$f=\{(۱,۲),(۲,۵),(۳,۴),(۴,۶)\}$
$g=\{(۲,۳)(۴,۲),(۵,۶),(۳,۱)\}$

۴۴

خ ۹۸ دوتابع f و g مفروض اند. برد تابع $(g^{-۱}of)-f$ ، کدام است؟

۱) $\{-۱,۴\}$
۲) $\{۲,۳\}$
۳) $\{۳,۴\}$
۴) $\{۲,-۱\}$

$f=\{(۱,۲),(۲,۵),(۳,۴),(۴,۶)\}$
$g=\{(۲,۳),(۴,۲),(۵,۶),(۳,۱)\}$

۴۵

د ۹۷ اگر $f(۲x-۳)=۴x^۲-۱۴x+۱۳$ ، آنگاه ضابطهٔ $f(x)$ کدام است؟

۱) $x^۲-x+۳$
۲) $x^۲-۲x+۱$
۳) $x^۲-۲x+۱$
۴) $x^۲-x+۱$

۴۶

مثال اگر $f(x-۳)=x^۲-۴x+۵$ آنگاه $f(۱-x)$ کدام است؟

۱) $x^۲+۱$
۲) $x^۲+۳$
۳) $x^۲+۴x+۵$
۴) $x^۲-۴x+۵$

۴۷

۴۸

۴۹

توجه

$D_{f+g}=D_{f-g}=D_{f\times g}=D_f\cap D_g$

$D_{\frac{f}{g}}=D_f\cap D_g-\{x|g(x)=۰\}$

۵۰

مثال

$f=\{(۳,۲),(۱,۰),(۲,۱),(۵,۱)\}$
$g=\{(۳,۵),(-۱,۲),(۱,۴),(۵,۳)\}$

- $\frac{۱}{f}=$
- $۲g=$
- $f-۲=$
- $f+g=$

۵۱

مثال اگر $A=\{۱,۲,۳,۴\}$ و $f=\{x\in A|(x,۲x-۴)\}$ برد تابع $\frac{۱}{f}$ شامل چند عضو است؟

۱) ۵ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۶

۵۲

مثال $g=\{(۱,-۱),(۲,a-b),(۳,۱)\}$
$f=\{(a+b,۲),(۲,-۱),(-۱,۲),(-۲,۳)\}$
$f+g=\{(۱,۱),(۲,۱)\}$? a×b

۱) ۰/۵ ۲) -۰/۵ ۳) ۰/۷۵ ۴) -۰/۷۵

۵۳

مثال مجموع اعضای برد تابع $\frac{۲g}{f-۱}$ کدام است؟

$f=\{(۳,۲),(۱,۰),(۲,۱),(۵,۱)\}$
$g=\{(۳,۵),(-۱,۲),(۱,۴),(۵,۳)\}$

۱) ۵
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۶

۵۴

مثال اگر $f(x)=\frac{x+۲}{x-۱}$ و $g=\{(۰,۴),(۱,-۱),(-۲,۲)\}$ آنگاه نمودار تابع $\frac{g}{f}$ از چند نقطه تشکیل شده است؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) بی شمار

۵۵

مثال اگر $g(x)=ax+b$ و $f=\{(۱,۲),(۳,۶)\}$ و $\frac{f}{g}=\{(۱,۱)\}$ آنگاه حاصل $g(۵)$ کدام است؟

۱) -۲ ۲) -۱ ۳) ۱ ۴) ۲

۵۶

مثال اگر $f(x)=\sqrt{x-۲}$ و $g(x)=\frac{x^۲-۱۶}{x-۱۱}$ مجموع مقادیر طبیعی که به ازای آن عبارت $\frac{f-۲}{۳g}$ تعریف نمی شود، کدام است؟

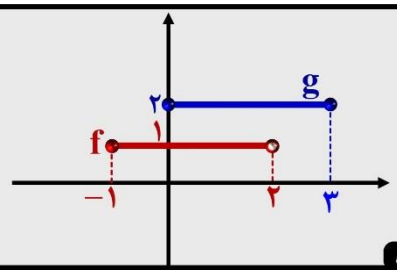
۱) ۱۲ ۲) ۱۴ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

۵۷

مثال اگر $f(x)=x+\sqrt{x}$ و $g(x)=۲\sqrt{x}-۳$، برد تابع $۲f-g$ برابر کدام بازه است؟

۱) R ۲) $[۳,+\infty)$ ۳) $[۱,+\infty)$ ۴) $[-۱,+\infty)$

۵۸



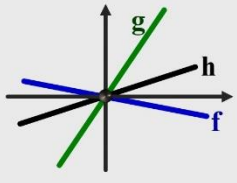
۵۹

مثال مطلوب است رسم نمودار تابع: $\frac{f}{g}$

$f(x)=\frac{x^۲-۴}{x}$
$g(x)=\frac{x+۲}{x}$

۶۰

مثال با توجه به شکل کدام گزینه درست است؟

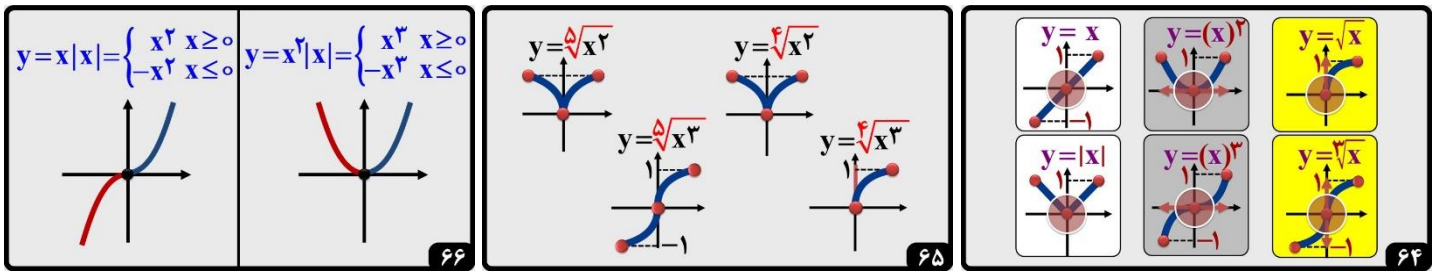


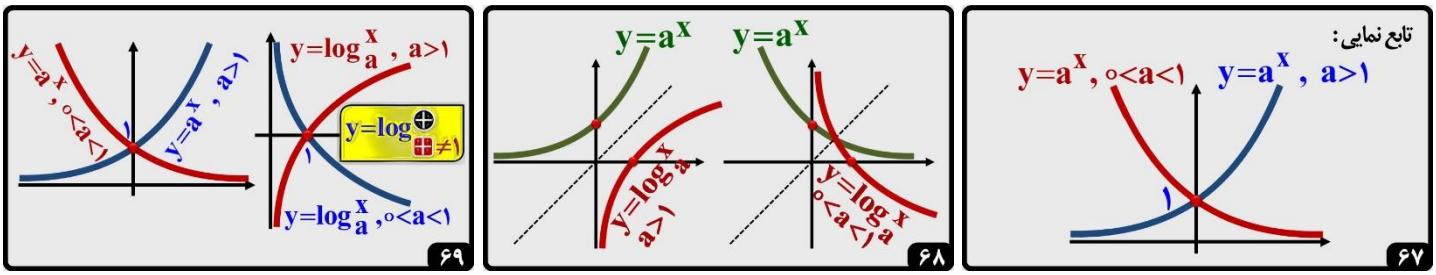
۱) $h=f\times g$
۲) $h=f+g$
۳) $f=h\times g$
۴) $f=h+g$

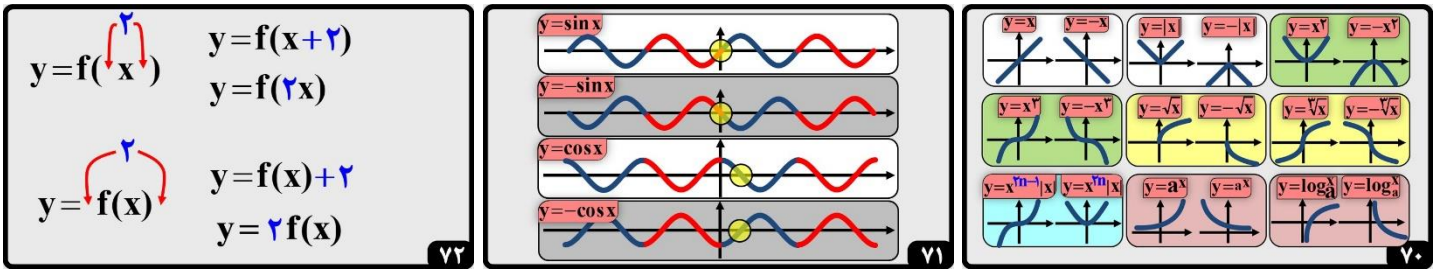
۶۱

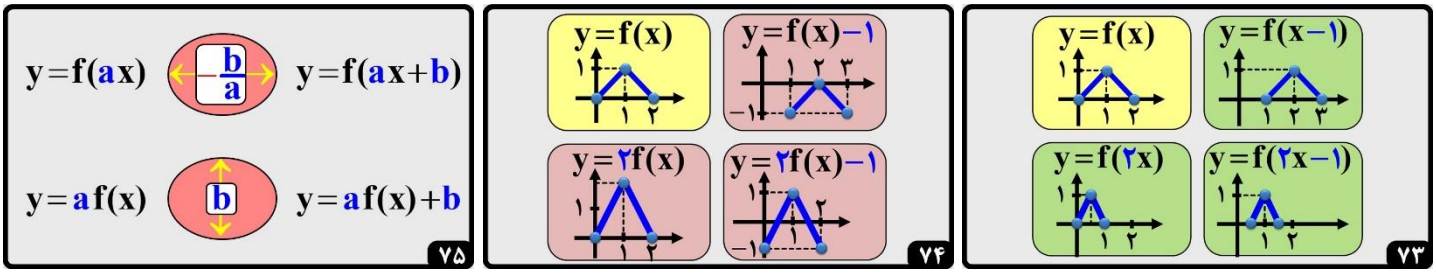
۶۲

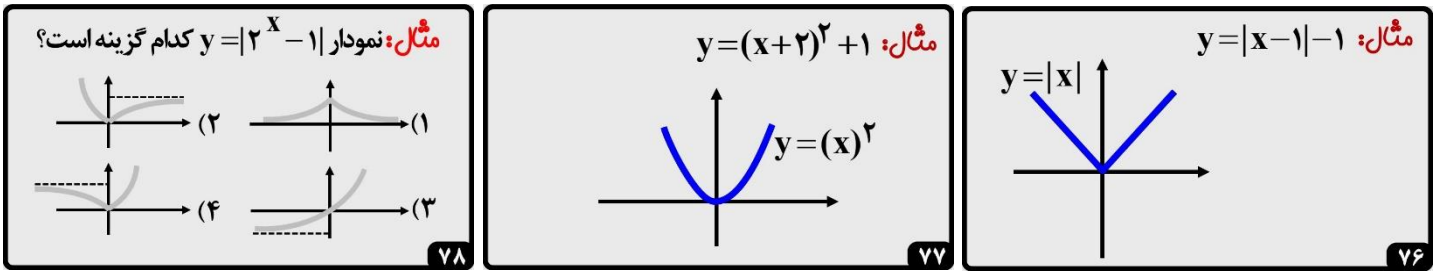
۶۳

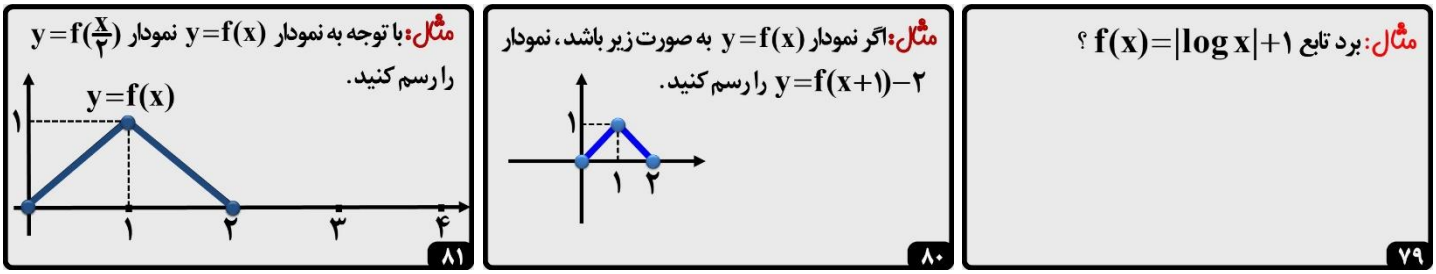

۶۴
y= x
y=(x)²
y=√x
y=|x|
y=(x)³
y=∛x
۶۵
y=∛x²
y=⁴√x²
y=∛x³
y=⁴√x³
۶۶
y=x|x|={x² x≥۰ / −x² x≤۰}
y=x²|x|={x³ x≥۰ / −x³ x≤۰}

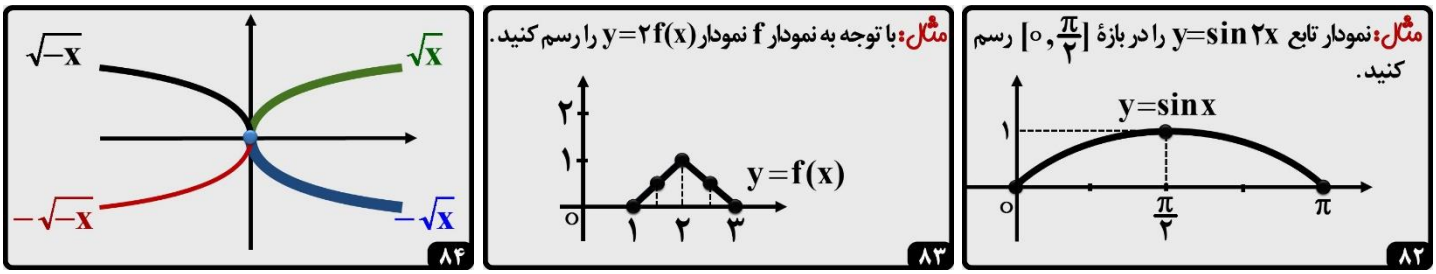

۶۷
تابع نمایی:
y=a^x , ۰<a<۱
y=a^x , a>۱
۶۸
y=a^x
y=log_a x
a>۱
۰<a<۱
۶۹
y=log_a^x , a>۱
y=log_a^x , ۰<a<۱


۷۰
y=x
y=−x
y=|x|
y=−|x|
y=x²
y=−x²
y=x³
y=−x³
y=√x
y=−√x
y=∛x
y=−∛x
y=x^(۲m−۱)|x|
y=x^m|x|
y=a^x
y=log_a x
۷۱
y=sinx
y=−sinx
y=cosx
y=−cosx
۷۲
y=f(x²)
y=f(x+۲)
y=f(۲x)
y=f(x)+۲
y=۲f(x)


۷۳
y=f(x)
y=f(x−۱)
y=f(۲x)
y=f(۲x−۱)
۷۴
y=f(x)
y=f(x)−۱
y=۲f(x)
y=۲f(x)−۱
۷۵
y=f(ax)
b/a
y=f(ax+b)
y=af(x)
b
y=af(x)+b

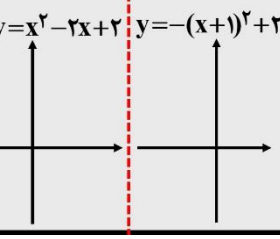

۷۶
مثال: y=|x−۱|−۱
y=|x|
۷۷
مثال: y=(x+۲)²+۱
y=(x)²
۷۸
مثال: نمودار y=|۲^x−۱| کدام گزینه است؟
(۱)
(۲)
(۳)
(۴)


۷۹
مثال: برد تابع f(x)=|log x|+۱ ؟
۸۰
مثال: اگر نمودار y=f(x) به صورت زیر باشد، نمودار y=f(x+۱)−۲ را رسم کنید.
۸۱
مثال: با توجه به نمودار y=f(x) نمودار y=f(x/۲) را رسم کنید.
y=f(x)


۸۲
مثال: نمودار تابع y=sin۲x را در بازهٔ [۰, π/۲] رسم کنید.
y=sinx
۸۳
مثال: با توجه به نمودار f نمودار y=۲f(x) را رسم کنید.
y=f(x)
۸۴
√−x
√x
−√−x
−√x

مثال :

$y=\sqrt{-x+1}-1$ | $y=-\sqrt{x-1}-1$ | $y=\sqrt{x+1}+1$



۸۵

مثال : نمودار تابع $y=\sqrt{3-2x}$ را ابتدا یک واحد به سمت راست منتقل می کنیم، سپس آن را نسبت به محور عرض ها قرینه کرده و در نهایت ۱ واحد به سمت پایین منتقل می کنیم. ضابطهٔ نمودار تابع حاصل کدام است؟

۸۶

مثال :

$y=2(x-1)^2+1$ | $y=-(x+1)^2+2$ | $y=x^2-2x+2$

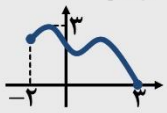
۸۷

$y=f(x) \rightarrow y=af(bx+c)+d$

$y=f(x)$	$y=2f(-2x+4)+1$
D_f	
R_f	
$A\begin{vmatrix}2\\-1\end{vmatrix}$	

۸۸

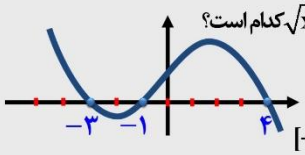
مثال: تمام نمودار تابع $y=f(x)$ به شکل زیر است.



- دامنهٔ $y=4f(2x-1)+3$
- برد $y=4f(2x-1)+3$
- $A(3,0)\in f(x) \rightarrow A'(\square,\square)\in 4f(2x-1)+3$

۸۹

پاسخ ۹۴: شکل زیر، نمودار تابع $y=f(x-2)$ است. دامنهٔ تابع با ضابطهٔ $\sqrt{xf(x)}$ کدام است؟



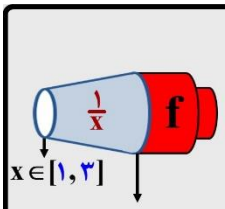
$[-1,1]\cup[0,6]$

$[-3,1]\cup[0,2]$

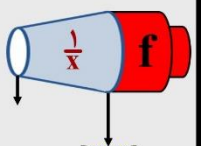
$[-5,-3]\cup[-1,2]$

$[-5,-3]\cup[0,2]$

۹۰

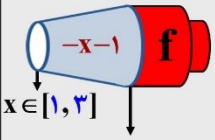


$x\in[1,3]$

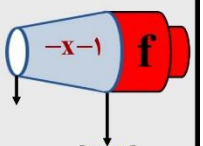


$[3,7]$

۹۳

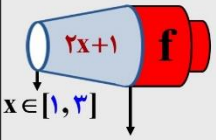


$x\in[1,3]$

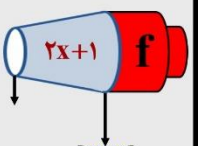


$[3,7]$

۹۲



$x\in[1,3]$



$[3,7]$

۹۱

مثال: اگر $D_f=[-3,5]$ و $D_g=[-2,1]$ مطلوب است تعیین دامنهٔ تابع : $y=4f(2x-1)-g(3x+1)$

۹۶

$D_f=[1,2]$ ---------- $D_{f(2x-1)}=[\ ,\ ]$

$D_f=[-2,1]$ ---------- $D_{f(-3x+1)}=[\ ,\ ]$

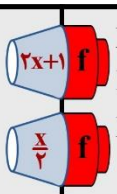
$D_f=[\ ,\ ]$ ---------- $D_{f(-x+2)}=[-1,1]$

$D_f=[\ ,\ ]$ ---------- $D_{f(2x-4)}=[1,2]$

۹۵

$D_{f(x)}=[1,3]$

$D_{f(2x+1)}=?$



$D_{f(2x+1)}=[1,3]$

$D_{f(x)}=?$

$D_{f(\frac{x}{2})}=?$

۹۴

مثال: شکل روبه رو نمودار تابع f است. دامنهٔ تابع $g(x)=\frac{2x}{f(x)}$ کدام است؟

۱) $\mathbb{R}-\{-2,-1,3\}$

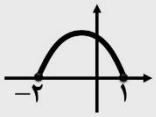
۲) $\mathbb{R}-\{-1\}$

۳) $\mathbb{R}-\{-2,3\}$

۴) $\mathbb{R}$

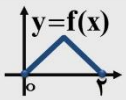
۹۸

مثال: نمودار تابع f داده شده، دامنهٔ تابع $g(x)=\frac{f(1-x)}{f(-x)}$ را بنویسید.



۹۷

مثال: نمودار f داده شده ،دامنهٔ تابع g با ضابطهٔ $g(x)=\frac{x+f(1-x)}{f(x)}$ کدام است؟



۱) $(-1,1)-\{0\}$ ۲) $[0,1]$

۳) $[-1,1]-\{0\}$ ۴) $(0,1]$

۹۹

۱۰۰

یادداشت

معادلات ، نامعادلات ، نمودار توابع
درجه۱ ، درجه۲*گویا و گنگ * قدرمطلق

۱

نامعادلات خطی
معادله ، نامعادله ، نمودار تابع درجه ۲
● نمودار تابع ● حل معادله ● تعیین علامت ● نامعادله
● ریشه و رأس ● ریشه ها ، سیا Δ ● برد و معکوس تابع درجه ۲
نامعادلات و معادلات غیرخطی
● الگوی تعیین علامت ● الگوی عدالت
● معادلات گویا ● مسائل کاربردی ● معادلات گنگ
معادله ، نامعادله ، نمودار تابع قدرمطلقی
● قدرمطلق از نگاه فاصله ● حل معادله با کمک تعریف
● روش ناحیه بندی ، تعریف ، هندسی ● نمودار توابع قدرمطلقی

۲

سد۹۸: به ازای کدام مجموعه مقادیر x ،
بازهٔ $(x+1, 2x-1)$ یک همسایگی عدد ۳، می باشد؟

۱) $\varnothing$
۲) $\{2\}$
۳) $2<x<2/5$
۴) $1/5<x<2$

۳

مثال: حدود a کدام باشد تا بازهٔ $(12a+7, 4a+4)$ یک همسایگی برای عدد ۷/۴ و ۹ باشد؟

۱) $0/2<a<0/75$
۲) $-0/2<a<0/75$
۳) $-0/75<a<0/2$
۴) $-\frac{4}{3}<a<0/2$

۴

مثال:
● $1<2x-3\leq 3$
● $-2<\frac{5-x}{2}<0$
● $x+1\leq 5-x<2x+3$

۵

سد۸۲: دربازهٔ $[x_0, +\infty)$ نمودار تابع با ضابطهٔ $f(x)=\frac{1}{2}x+2$ بالاتر از خط به معادلهٔ $y=3(x-1)$ قرار نمی گیرد. کم ترین مقدار $f(x_0)$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) ۴

۶

نامعادلات خطی
معادله ، نامعادله ، نمودار تابع درجه ۲
● نمودار تابع ● حل معادله ● تعیین علامت ● نامعادله
● ریشه و رأس ● ریشه ها ، سیا Δ ● برد و معکوس تابع درجه ۲
نامعادلات و معادلات غیرخطی
● الگوی تعیین علامت ● الگوی عدالت
● معادلات گویا ● مسائل کاربردی ● معادلات گنگ
معادله ، نامعادله ، نمودار تابع قدرمطلقی
● قدرمطلق از نگاه فاصله ● حل معادله با کمک تعریف
● روش ناحیه بندی ، تعریف ، هندسی ● نمودار توابع قدرمطلقی

۷

$ax^2+bx+c=0$

$2x^2+5x+3=0$ | $y=ax^2+bx+c$ | $5x^2-2x-3=0$
$2x^2+5x-7=0$ | | $3x^2+6x+1=0$

۸

$y=1$ | $y=2x+1$
$y=3x^2+2x+1$ | $y=-3x^2+2x+1$

۹

$y=3x^2+2x+1$ $\quad$ $y=-3x^2-4x+1$

۱۰

$y=ax^2+bx+c$

۱۱

- $y=3x^2-2x+5$
- $y=x^2-2x+1$
- $y=2x^2+4x$
- $y=x^2-4x-1$
- $y=-2x^2+3x+1$
- $y=-x^2+3x-2$
- $y=-3x^2-x+2$

۱۲

$f(x)=ax^2+bx+c$

$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ $\quad$ $x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

$\Delta<0$ | $a>0$
$\Delta=0$ | $x_1=x_2$
$\Delta>0$ | x_1 x_2

$\Delta>0$ | $a<0$
$\Delta=0$ | $x_1=x_2$
$\Delta<0$ | x_1 x_2

۱۳

$f(x)=ax^2+bx+c$

$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ $\quad$ $x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

$\Delta<0$ مثبت
$\Delta=0$ $x_1=x_2$
$\Delta>0$ x_1 x_2

$S=$
$P=$
$d=$
$S'=$

$x=\frac{-b}{2a}$

۱۴

نامعادلات خطی
معادله ، نامعادله ، نمودار تابع درجه ۲
● نمودار تابع ● حل معادله ● تعیین علامت ● نامعادله
● ریشه و رأس ● ریشه ها ، سیا Δ ● برد و معکوس تابع درجه ۲
نامعادلات و معادلات غیرخطی
● الگوی تعیین علامت ● الگوی عدالت
● معادلات گویا ● مسائل کاربردی ● معادلات گنگ
معادله ، نامعادله ، نمودار تابع قدرمطلقی
● قدرمطلق از نگاه فاصله ● حل معادله با کمک تعریف
● روش ناحیه بندی ، تعریف ، هندسی ● نمودار توابع قدرمطلقی

۱۵

$x^2+bx+c=0$

۱) ضرایب
۲) SP
۳) $x=\frac{-b'\pm\sqrt{\Delta'}}{a}$
۴) $x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$

- $y=3x^2-7x+4$
- $y=3x^2-5x-8$
- $y=x^2-6x+8$
- $y=7x^2+18x+8$
- $y=2x^2-11x+12$

۱۶

- $y=3x^2-2x-1$
- $y=x^2-8x+15$
- $y=3x^2+4x-15$
- $y=x^2+6x+5$
- $y=x^2+2x-15$

۱۷

نامعادلات خطی
معادله ، نامعادله ، نمودار تابع درجه ۲
● نمودار تابع ● حل معادله ● تعیین علامت ● نامعادله
● ریشه و رأس ● ریشه ها ، سیا Δ ● برد و معکوس تابع درجه ۲
نامعادلات و معادلات غیرخطی
● الگوی تعیین علامت ● الگوی عدالت
● معادلات گویا ● مسائل کاربردی ● معادلات گنگ
معادله ، نامعادله ، نمودار تابع قدرمطلقی
● قدرمطلق از نگاه فاصله ● حل معادله با کمک تعریف
● روش ناحیه بندی ، تعریف ، هندسی ● نمودار توابع قدرمطلقی

۱۸

$y=x-1$ | $y=x^2-4x+3$ | $y=x^2-4x+4$ | $y=x^2-4x+5$

۱۹

$\frac{x \mid -\frac{b}{a}}{ax+b \mid \text{مخالف علامت } a \mid \text{موافق علامت } a}$

$\frac{x \mid x_1 \quad x_2}{ax^2+bx+c \mid \text{موافق علامت } a \mid \text{مخالف علامت } a \mid \text{موافق علامت } a}$

$\frac{x \mid x_1=x_2}{ax^2+bx+c \mid \text{موافق علامت } a \mid \text{موافق علامت } a}$

$\frac{x}{ax^2+bx+c \mid \text{موافق علامت } a}$

۲۰

مثال: با توجه به جدولهای ت-ع تابع $y=ax^2+6x+c$ در هر حالت مقدار $a+c$ را بیابید.

الف) $\frac{x \mid 3}{y \mid - \; 0 \; +}$

ب) $\frac{x \mid 3}{y \mid - \; 0 \; -}$

۲۱

مثال: $a+2k$ را با توجه به جدولهای زیر بیابید.

x		$\frac{1}{3}$		1	
ax^2-4x+k	$+$	0	$-$	0	$+$

x		a		$\frac{5}{2}$	
$-2x^2+3x+k$	$-$	0	$+$	0	$-$

۲۲

مثال: $a+2k$ را با توجه به جدولهای زیر بیابید.

x		$\frac{1}{2}$	
ax^2+4x+k	$-$	0	$-$

x		a	
kx^2-6x+9	$+$	0	$+$

۲۳

نامعادلات خطی
معادله، نامعادله، نمودار تابع درجه ۲
● نمودار تابع ● حل معادله ● تعیین علامت ● نامعادله
● ریشه و رأس ● ریشه ها، سیبا Δ ● برد و معکوس تابع درجه ۲
نامعادلات و معادلات غیرخطی
● الگوی تعیین علامت ● الگوی عدالت
● معادلات گویا ● مسائل کاربردی ● معادلات گنگ
معادله، نامعادله، نمودار تابع قدرمطلقی
● قدرمطلق از نگاه فاصله ● حل معادله با کمک تعریف
● روش ناحیه بندی، تعریف، هندسی ● نمودار توابع قدرمطلقی

۲۴

● $y=x^2-3x+2$

● $y=3x^2-x-4$

● $y=-2x^2-x+3$

۲۵

مثال: مجموع طول بازه های دامنهٔ تابع $y=\frac{\sqrt{4-x^2}}{\sqrt{3x^2-x-2}}$ کدام است؟

۱) $\frac{7}{3}$ ۲) $\frac{5}{3}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) ۱

۲۶

مثال: مقادیر تابع $f(x)=-\frac{1}{2}x^2+2x+6$، در بازهٔ (a,b) بزرگ‌تر از ۳/۵ می‌باشد. بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۵/۵ ۴) ۶

۲۷

مثال: مجموعه جواب نامعادله $\frac{3}{x^2}+\frac{2}{x}\geq 1$ شامل چند عدد صحیح می باشد؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۲۸

سخ۹۸: به ازای کدام مجموعه مقادیر k بازهٔ $(k-2,3k+2)$ زیرمجموعه ای از دامنهٔ تابع $f(x)=\frac{\sqrt{9-x^2}}{x-1}$ است؟

۱) $(\frac{1}{3},3]$ ۲) $[-\frac{1}{3},\frac{1}{3})$ ۳) $[-1,\frac{1}{3})$ ۴) $[-1,-\frac{1}{3})$

۲۹

مثال: اگر $f(x)=2x^2+x+1$ و $g(x)=x^2+1$ باشد، آن گاه به ازای چند عدد صحیح منفی x نمودار تابع $\frac{1}{f(x)}$ زیرنمودار تابع $\frac{1}{g(x)}$ قرار نمی گیرد؟

۱) ۲ ۲) $\boxed{1}$ ۳) ۳ ۴) ۴

۳۰

سخ۹۸: نمودار تابع $y=x^2-x-3$ را ۲ واحد به طرف x های منفی سپس ۹ واحد به طرف y های منفی انتقال می دهیم. نمودار جدید، در کدام بازه، زیر محور x ها است؟

۱) $(-5,2)$ ۲) $(-5,3)$ ۳) $(-2,3)$ ۴) $(-2,5)$

۳۱

سد۹۱: اگر $f(x)=x^2+3x$ و $g(x)=-\frac{1}{2}x+2$ باشد مجموعه طول نقاطی از منحنی تابع gof که بالای محور x ها قرار گیرد، برابر کدام بازه است؟

۱) $(-4,1)$ ۲) $(-3,2)$ ۳) $(-2,1)$ ۴) $(-1,4)$

۳۲

سخ۹۱: اگر $f(x)=x^2+x-2$ و $g(x)=\frac{1}{2}(x-3)$ باشد مجموعه طول نقاطی از منحنی تابع fog که در زیرمحور x ها قرار گیرد، برابر کدام بازه است؟

۱) $(-5,1)$ ۲) $(-1,5)$ ۳) $(-2,1)$ ۴) $(1,5)$

۳۳

نامعادلات خطی
معادله، نامعادله، نمودار تابع درجه ۲
● نمودار تابع ● حل معادله ● تعیین علامت ● نامعادله
● ریشه و رأس ● ریشه ها، سیبا Δ ● برد و معکوس تابع درجه ۲
نامعادلات و معادلات غیرخطی
● الگوی تعیین علامت ● الگوی عدالت
● معادلات گویا ● مسائل کاربردی ● معادلات گنگ
معادله، نامعادله، نمودار تابع قدرمطلقی
● قدرمطلق از نگاه فاصله ● حل معادله با کمک تعریف
● روش ناحیه بندی، تعریف، هندسی ● نمودار توابع قدرمطلقی

۳۴

$y=\frac{1}{\sqrt{x^2-x+2}}$

$y=\frac{1}{\sqrt{-x^2-2x-3}}$

$y=\frac{1}{3x^2-5x+2}$

$y=\frac{1}{-x^2+7x-6}$

$x^2-3x+2\geq 0$

$y=\sqrt{-x^2+3x+4}$

$x^2-4x+4\leq 0$

$y=\sqrt{x^2-8x+16}$

$y=\frac{1}{\sqrt{2x^2-12x+18}}$

$y=\frac{1}{\sqrt{-x^2-10x-25}}$

۳۵

$y=\frac{1}{x^2-6x+8}$ $R-\{\alpha,\beta\}$

$y=\frac{1}{mx^2+(m-n)x+6}$ $R-\{1,6\}$

x^2-4x+m		n		3	
	$+$	0	$-$	0	$+$

$mx^2-20x+n$		5	
	$-$	0	$-$

$x^2+ax+b\geq 0$ $2]\cup[3$

$ax^2-6x+b\leq 0$ $x\in[1,2]$

$y=\frac{1}{\sqrt{x^2-ax+b}}$ $R-\{3\}$

$y=\sqrt{-x^2+mx+n}$ $\{2\}$

$y=\frac{1}{\sqrt{x^2-kx+2}}$ $1)\cup(m$

$y=\frac{1}{\sqrt{ax^2+bx-3}}$ $(-3,-1)$

۳۶

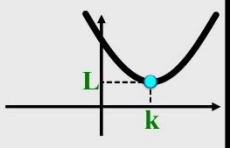
مثال: عبارت $P(x)=(2x+6)(-3x^2+ax+b)$ مطابق جدول زیر تعیین علامت شده است. حاصل $b-a$ کدام است؟

x		-3		2	
$P(x)$	$+$	0	$+$	0	$-$

۱) ۱۹
۲) ۱۷
۳) ۲۳
۴) ۲۱

۳۷

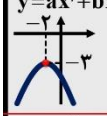
$f(x)=a(x-k)^2+L$



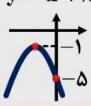
$f(x)=ax^2+bx+c$

۳۸

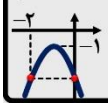
$y=ax^2+bx+c$ $4a-c=?$



$y=-x^2+2mx+n$ $m,n=?$



$y=-x^2+2mx+n$ $m,n=?$



$y=ax^2+bx+c$ $a,b,c=?$

۳۹

x		-1		2	
$y=ax^2+4x+c$	$-$	0	$+$	0	$-$

$S(n,k)$ راس تابع
$y=k$ مماس بر تابع
بیشترین مقدار تابع=؟

$y=2x^2-7x+\frac{1}{8}$

$S(a,k)$ راس تابع
$y=k$ مماس بر تابع
کمترین مقدار تابع=؟

$y=-2x^2+4x+m-1$

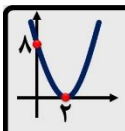
$S(a,3)$ راس تابع
$y=3$ مماس بر تابع
بیشترین مقدار تابع=۳

$y=x^2-6x+m-1$

$S(a,4)$ راس تابع
$y=4$ مماس بر تابع
کمترین مقدار تابع=۴

۴۰

مثال: کدام یک از ضابطه های زیر مربوط به نمودار مقابل می باشد؟



سیبا Δ

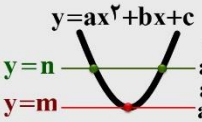
S,P

راس

۱) $y=x^2+2x+8$
۲) $y=x^2-4x+8$
۳) $y=2x^2+4x+8$
۴) $y=2x^2-8x+8$

۴۱

$y=ax^2+bx+c$



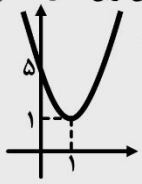
$y=n$ $ax^2+bx+c=n$
$ax^2+bx+c-n=0$ $\xrightarrow{\Delta>0}$

$y=m$ $ax^2+bx+c=m$
$ax^2+bx+c-m=0$ $\xrightarrow{\Delta=0}$

$y=k$ $ax^2+bx+c=k$
$ax^2+bx+c-k=0$ $\xrightarrow{\Delta<0}$

۴۲

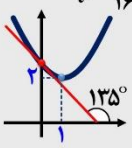
مثال: نمودار سهمی $y=f(x)$ به صورت زیر است. در بازه $(1,b)$ نمودار تابع f زیر نیمساز ناحیهٔ اول است. بیش ترین مقدار b کدام است؟



۱) $\frac{۶}{۵}$ ۲) $\frac{۷}{۵}$ ۳) $\frac{۵}{۴}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

۴۳

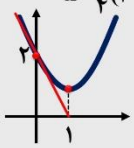
مثال: نمودار سهمی $f(x)=ax^۲+bx+c$ به شکل زیر می باشد. کدام خط بر نمودار سهمی $g(x)=bx^۲+cx+a$ مماس است؟



۱) $y=۲$ ۲) $y=\frac{۳۳}{۱۶}$ ۳) $y=\frac{۱۷}{۸}$ ۴) $y=\frac{۳۵}{۱۶}$

۴۴

مثال: نمودار سهمی $f(x)=ax^۲+bx+c$ به شکل زیر می باشد. کدام خط محور تقارن سهمی $g(x)=cx^۲+ax+b$ می باشد؟



۱) $x=-\frac{۱}{۲}$ ۲) $x=\frac{۱}{۲}$ ۳) $x=-\frac{۱}{۴}$ ۴) $x=\frac{۱}{۴}$

۴۵

$$f(x)=\begin{cases}x^۲-۲x & x>۱\\ -x^۲+x & x\le ۱\end{cases}$$

$$f(x)=\begin{cases}x^۲-۲x+۳ & x\le ۲\\ -x^۲+۶x-۷ & x>۲\end{cases}$$

۴۶

$$f(x)=\begin{cases}(x-۱)^۲-۱ & x>۰\\ ۱-x^۲ & x<۰\end{cases}$$

$$f(x)=\begin{cases}x^۲-۳x+۴ & x\le ۱\\ \frac{x}{۲}+۱ & x>۱\end{cases}$$

۴۷

نامعادلات خطی
معادله، نامعادله، نمودار تابع درجه ۲
- نمودار تابع
- حل معادله
- تعیین علامت
- نامعادله
- ریشه و رأس
- ریشه ها، سیا Δ
- برد و معکوس تابع درجه ۲

نامعادلات و معادلات غیرخطی
- الگوی تعیین علامت
- الگوی عدالت
- معادلات گویا
- مسائل کاربردی
- معادلات گنگ

معادله، نامعادله، نمودار تابع قدرمطلق
- حل معادله با کمک تعریف
- قدرمطلق از نگاه فاصله
- روش ناحیه بندی، تعریف، هندسی
- نمودار توابع قدرمطلق

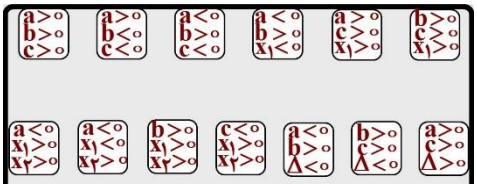
۴۸

$$y=\textcircled{a}x^۲+\textcircled{b}x+\textcircled{c}$$

$x_۱$ $x_۲$

Δ

۴۹



۵۰

س۹۶: به ازای کدام مقدار a معادله درجه دوم زیر دارای دو ریشه مثبت است؟

$$x^۲-۲(a-۲)x+۱۴-a=۰$$

۱) $-۲<a<۲$
۲) $۲<a<۱۴$
۳) $۲<a<۵$
۴) $۵<a<۱۴$

۵۲

مثال: به ازای چند عدد صحیح برای m، معادله درجه دوم زیر دارای دو ریشه متمایز مثبت است؟

$$mx^۲-۴x+m-۳=۰$$

۱) صفر ۲) یک ۳) دو ۴) بی شمار

۵۳

مثال: اگر منحنی به معادله $y=۲x^۲-۴x+m-۳$ محور x ها را در ۲ نقطه متمایز به طول های مثبت قطع کند، آنگاه مجموعه مقادیر m به کدام صورت است؟

۵۴

س۹۵: به ازای کدام مجموعه مقادیر m، منحنی به معادلهٔ زیر، محور x ها را در دو نقطه به طولهای منفی، قطع میکند؟

$$y=(m-۲)x^۲-۲(m+۱)x+۱۲$$

۵۱

سؤ۹۱: اگر عبارت $(a-۱)x^۲+(a-۱)x+۱$ به ازای هر مقدار x منفی باشد، a به کدام مجموعه تعلق دارد؟

۱) $\{a|۱<a<۵\}$
۲) $\{a|a<۱\}$
۳) $\varnothing$
۴) R

۵۵

مثال: به ازای چه مقادیری از m، عبارت زیر همواره مثبت است؟

$$A=-mx^۲+(m+۳)x+۱$$

۱) $(-۹,۰)$
۲) $(-۱,۰)$
۳) $(-۹,-۱)$
۴) $(-\infty,۰)$

۵۶

سؤ۹۸: به ازای کدام مجموعه مقادیر m، سهمی به معادلهٔ $y=(۱-m)x^۲+۲(m-۳)x-۱$ همواره پایین محور x ها است؟

۱) $۱<m<۵$
۲) $۲<m<۵$
۳) $۲<m<۴$
۴) $۲<m<۶$

۵۷

نامعادلات خطی
معادله، نامعادله، نمودار تابع درجه ۲
- نمودار تابع
- حل معادله
- تعیین علامت
- نامعادله
- ریشه و رأس
- ریشه ها، سیا Δ
- برد و معکوس تابع درجه ۲

نامعادلات و معادلات غیرخطی
- الگوی تعیین علامت
- الگوی عدالت
- معادلات گویا
- مسائل کاربردی
- معادلات گنگ

معادله، نامعادله، نمودار تابع قدرمطلق
- حل معادله با کمک تعریف
- قدرمطلق از نگاه فاصله
- روش ناحیه بندی، تعریف، هندسی
- نمودار توابع قدرمطلق

۵۸

مثال: برد تابع $f(x)=۲x^۲-۸x+۹$ را در بازه های زیر بیابید.

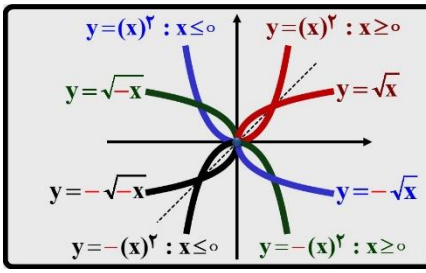
$[۳,۴)$ $[۱,۴)$ $(-\infty,+\infty)$

۵۹

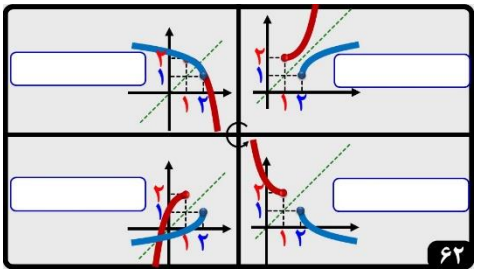
مثال: برد توابع زیر را در بازه های داده شده بیابید.

$f(x)=۲x^۲-۱۰x+۱۱ : x\in[۰,۴)$
$f(x)=۳x^۲-۶x+۸ : x\in(-\infty,۲)$
$f(x)=x^۲+۳x+۱ : x\in[۰,۲)$
$f(x)=-x^۲+۴x+۱ : x\in[-۱,+\infty)$
$f(x)=-۴x^۲-۱۲x-۷ : x\in R$

۶۰



۶۱



۶۲

$y=x^۲-۴x+۱ : x<۲$	$y=x^۲-۲x+۳ : x>۱$
$y=-۲x^۲-۴x : x<-۱$	$y=-x^۲-۲x+۲ : x\ge -۱$

۶۳

مثال: نمودار تابع $y=-\sqrt{1-x}+2$ را دو واحد به سمت x های مثبت و ۳ واحد به سمت y های منفی انتقال می دهیم. ضابطهٔ معکوس تابع جدید کدام است؟

۱) $y=-x^2-2x+2 : x\leq -1$

۲) $y=-x^2-2x+2 : x\geq -1$

۳) $y=-x^2+2x+2 : x\leq -1$

۴) $y=x^2-2x+3 : x\leq -1$

۶۷

سد۹۸: اگر $f(x)=x^2-2x-3 : x\geq 1$ باشد، نمودارهای دو تابع f^{-1} و $g(x)=\frac{x-9}{2}$ با کدام طول، متقاطع هستند؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۵ ۳) ۱۸ ۴) ۲۱

۶۸

س۹۲: ضابطهٔ معکوس تابع $y=2-\sqrt{x-1}$ کدام است؟

$y=x^2-4x+5 , x\leq 2$

$y=-x^2+4x-5 , x\leq 2$

$y=x^2-4x+5 , x\geq 1$

$y=-x^2+4x-5 , x\geq 1$

۶۵

$y=-\sqrt{x-2}+1$ | $y=\sqrt{x-1}+2$

$y=\sqrt{\frac{x-1}{3}}+2$ | $y=-\sqrt{-x+1}-2$

$y=x^2-4x+5 : x\geq 2$

$y=3x^2+12x+13 : x\geq 2$

$y=-3x^2-12x+10 : x\geq 2$

$y=3x^2-12x+13 : x\geq 2$

$y=-x^2-4x-5 : x\geq -2$

$y=x^2+4x-5 : x\leq -2$

$y=-x^2+4x-3 : x\leq -2$

$y=-x^2-4x-3 : x\leq -2$

۶۴

مثال: نمودار تابع $f(x)=x^2-4x+2 : x\leq 1$ را یک واحد به سمت x های منفی و دو واحد به سمت y های منفی انتقال می دهیم. نمودار وارون تابع جدید و $g(x)=x-1$ ، با کدام عرض، متقاطع هستند؟

۱) ۰ ۲) ۵ ۳) -1 ۴) ۴

۶۹

مثال: اگر ضابطهٔ وارون تابع $y=x^2+4x-1 : x\geq -2$ به صورت $y=\sqrt{ax+b}+c$ باشد، مقدار $a+b+c$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۳

۶۶

سد۹۴: تابع با ضابطهٔ $y=x|x-2|$ در یک بازه، نزولی است. ضابطهٔ معکوس در این بازه؟

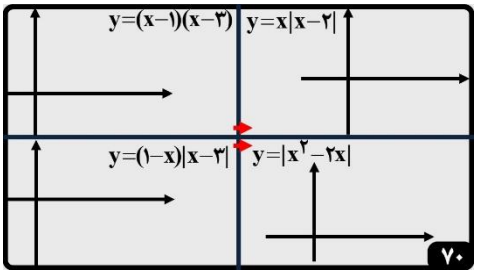
$1-\sqrt{1+x} ; x<0$

$1-\sqrt{1-x} ; x<1$

$1+\sqrt{1-x} ; 0<x<1$

$1-\sqrt{1-x} ; 0<x<1$

۷۱



۷۰

مثال: تابع با ضابطهٔ $y=(1-x)|x-3|$ در یک بازه صعودی است. ضابطهٔ معکوس در این بازه؟

$y=\sqrt{x+1}+2 : -1<x<0$

$y=\sqrt{-x-1}+2 : -1<x<0$

$y=-\sqrt{x+1}-2 : x>-1$

$y=\sqrt{x+1}+2 : x>-1$

۷۲

مثال: تابع $f(x)=|x^2-2x|$ در بازه تماماً مثبت (a,b) نزولی است، معکوس تابع در این بازه کدام است؟

۱) $\sqrt{-x+1}+1 : x<0$

۲) $\sqrt{x-1}+1 : x>1$

۳) $\sqrt{-x+1}+1 : 0<x<1$

۴) $\sqrt{1-x}-1 : 0<x<1$

۷۳

مثال: تابع $y=x|x-4|$ در یک بازه نزولی و ضابطهٔ معکوس آن در این بازه $y=a+\sqrt{c-x} : x\in[0,b]$ است مقدار abc کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۳۲ ۴) ۱۶

۷۴

دومین کاربرد SP

۱) نوشتن عبارتها بر حسب S,P

$\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}$, $\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2}$, $\alpha^3+\beta^3$, $\alpha^2+\beta^2$

۲) نوشتن معادلات بر حسب S,P

$x^2-Sx+P=0$

۷۵

مثال: اگر α,β ریشه های معادله $x^2-3x+1=0$ باشند، بدون محاسبه ی ریشه ها حاصل عبارات زیر را بیابید؟

$\alpha^2+\beta^2=$

$\alpha^3+\beta^3=$

$\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2}=$

$\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}=$

۷۶

سد۹۳: به ازای کدام مقدار m مجموع مربعات ریشه های حقیقی معادله $mx^2-(m+3)x+5=0$ برابر ۶ می باشد؟

۱) $-\frac{9}{5}$ ۲) ۱ ۳) $-\frac{9}{5},1$ ۴) $-1,\frac{9}{5}$

۷۷

مثال: اگر مجموع مربعات ریشه های معادله زیر، برابر ۸ باشد a کدام است؟ $2x^3+a(x^2-3)+x+3a=0$

۱) ± 6

۲) ± 5

۳) ± 4

۴) ± 3

۷۸

مثال: اگر a و b ریشه های معادلهٔ $x^2-x-3=0$ باشند حاصل عبارت $(a^2-a+4)(b^2-b+6)$ کدام است؟

۱) ۲۴

۲) ۵۴

۳) ۶۳

۴) ۱۳

۷۹

مثال: اگر α,β ریشه های معادلهٔ $x^2-5x+1=0$ باشند، بدون محاسبهٔ ریشه ها حاصل عبارات زیر را بیابید؟

۸۰

مثال: معادلهٔ درجه دومی با ضرایب S,P بسازید.

۸۱

مثال: اعداد $\sqrt{3}-1$ و $\sqrt{3}+1$ صفرهای کدام معادله اند؟

مثال: اعداد $\sqrt{3}-1$ و $\sqrt{3}+2$ صفرهای کدام معادله اند؟

۱) $x^2-\sqrt{3}x+2=0$

۲) $x^2-\sqrt{3}x-1=0$

۳) $x^2-3x-\sqrt{3}+1=0$

۴) $x^2-3x-\sqrt{3}-1=0$

۸۲

مثال: معادلهٔ درجه دومی با ضرایب گویا بنویسید که یکی از ریشه های آن $\sqrt{5}+2$ باشد.

۸۳

مثال: اگر $\sqrt{3}+1$ یکی از ریشه های معادله $2x^2-mx+k+1=0$ با ضرایب گویا باشد، k کدام است؟

۱) ۵

۲) -5

۳) ۶

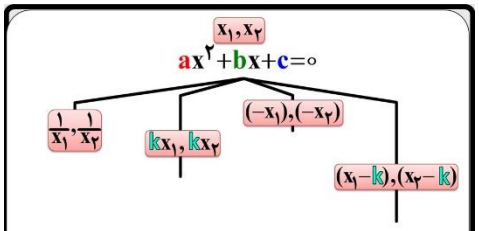
۴) -6

۸۴

مثال: اگر $2\sqrt{3}-1$ یکی از ریشه های معادله $2x^2-mx+m-2=0$ باشد، اندازه m کدام است؟

۱) $2+2\sqrt{3}$
۲) $4-4\sqrt{3}$
۳) $4\sqrt{3}-4$
۴) $4\sqrt{3}+4$

۸۵



۸۶

مثال: معادلهٔ درجه دومی بنویسید که ریشه هایش معکوس هر ریشه از معادلهٔ $4x^2-7x+3=0$ باشد.

مثال: معادلهٔ درجه دومی بنویسید که ریشه هایش قرینه هر ریشه از معادلهٔ $4x^2-7x+3=0$ باشد.

۸۷

مثال: معادلهٔ درجه دوم بنویسید که ریشه های آن دو برابر ریشه های معادلهٔ $x^2-4x+1=0$ باشد.

۸۸

سد ۸۶: اگر هر یک از ریشه های معادله $3x^2+ax+b=0$ دو برابر معکوس هر ریشه از معادله $4x^2-7x+3=0$ باشد a کدام است؟

۸۹

مثال: اگر α و β ریشه های معادله $2x(3x-2)=7$ باشند ریشه های کدام معادله به صورت $\frac{3}{\alpha}, \frac{3}{\beta}$ است؟

۱) $7x^2+54x+12=0$
۲) $7x^2-12x+54=0$
۳) $7x^2-54x+12=0$
۴) $7x^2+12x-54=0$

۹۰

سد ۸۷: ریشه های معادله $x^2+ax+b=0$ یک واحد از ریشه های معادله $3x^2+7x+1=0$ بیشتر است. b کدام است؟ a کدام است؟

۹۱

مثال: اگر α و β ریشه های معادله $3x^2-4x-2=0$ باشند، معادله ای را بنویسید که ریشه هایش به صورت زیر باشد.

$\frac{2}{\alpha}, \frac{2}{\beta}$

$\frac{1}{2\alpha}, \frac{1}{2\beta}$

$\frac{1}{\alpha-1}, \frac{1}{\beta-1}$

$\frac{-1}{\alpha+2}, \frac{-1}{\beta+2}$

۹۲

سد ۸۴: ریشه های کدام معادله، از معکوس ریشه های معادله درجه دوم $2x^2-3x-1=0$ یک واحد کمتر است؟

۱) $x^2-3x+1=0$
۲) $x^2+3x+1=0$
۳) $x^2-5x+2=0$
۴) $x^2+5x+2=0$

۹۳

سد ۹۱: اگر α و β ریشه های معادلهٔ $2x^2-3x-4=0$ باشند، مجموعه جواب های کدام معادله به صورت $\{\frac{1}{\alpha}+1, \frac{1}{\beta}+1\}$ است؟

۱) $4x^2-5x+1=0$
۲) $4x^2-3x+1=0$
۳) $4x^2-5x-1=0$
۴) $4x^2-3x-1=0$

۹۴

مثال: اگر $x(5x-3)=11$ باشند، به ازای کدام مقدار m، مجموعه جواب معادله $3x^2+mx-5=0$ به صورت $\{\frac{1}{\alpha+1}, \frac{1}{\beta+1}\}$ است؟

۱) ۷
۲) ۱۳
۳) -7
۴) -13

۹۵

مثال: معادله درجه دومی بنویسید که ریشه هایش از دو برابر هر ریشه از معادله $x^2-4x+2=0$ یک واحد کمتر باشد.

۹۶

مثال: نمودار تابع $f(x)=2x^2-16x+29$ را ۳ واحد به سمت چپ و ۴ واحد به سمت پایین انتقال می دهیم تا به نمودار $y=g(x)$ برسیم. طول نقطه تلاقی توابع f و g کدام است؟

۱) $\frac{17}{6}$
۲) $\frac{19}{6}$
۳) $\frac{13}{6}$
۴) $\frac{31}{6}$

۹۸

مثال: اگر α و β ریشه های $x(x-3)=11$ و $\{-1, \frac{-2}{\beta+1}-1, \frac{-2}{\alpha+1}-1\}$ ریشه های معادله $x^2+mx+n=0$ باشند، حاصل $m-n$ چیست؟

۱) ۱۷
۲) ۱۳
۳) ۱۱
۴) ۲۲

۹۷

مثال: دو سهمی $f(x)=x^2-3x+m$ و $g(x)=x^2+x+n$ دارای یک ریشه مشترک هستند. اگر $x=1$ یکی از ریشه های $f(x)=0$ باشد، n کدام است؟ ۱) ۲ ۲) ۰ ۳) -3 ۴) -6

۹۹

الگویابی

۱۰۰

درجه ۱

درجه ۲

۱۰۱

هندسی

بازگشتی

$\begin{cases} F_1=F_2=1 \\ F_n=F_{n-1}+F_{n-2} \end{cases}$ $\lim_{n\to\infty} \frac{F_n}{F_{n-1}}=$

۱,۱,۲,۳,۵,۸,۱۳,۲۱,۳۴,۵۵,...

۱۰۲

مثال: در شکل nاُم از الگوی زیر ۷۸ دایره سفید وجود دارد. در شکل $(2n-1)$اُم چند دایره سیاه وجود دارد؟

۱) ۳۱۲
۲) ۳۲۳
۳) ۲۷۴
۴) ۲۶۰

۱۰۳

مثال: تعداد نقطه ها در شکل دهم از الگوی زیر کدام است؟

۱) ۱۷۰ ۲) ۱۷۵ ۳) ۱۸۵ ۴) ۱۹۰

۱۰۴

- نامعادلات خطی
- معادله، نامعادله، نمودار تابع درجه ۲
- نمودار تابع ● حل معادله ● تعیین علامت ● نامعادله
- ریشه و رأس ● ریشه ها، سیا Δ ● برد و معکوس تابع درجه ۲
- نامعادلات و معادلات غیرخطی
- الگوی تعیین علامت ● الگوی عدالت
- معادلات گویا ● مسائل کاربردی ● معادلات گنگ
- معادله، نامعادله، نمودار تابع قدرمطلقی ● حل معادله با کمک تعریف
- قدرمطلق از نگاه فاصله
- روش ناحیه بندی، تعریف، هندسی ● نمودار توابع قدرمطلقی

۱۰۵

مثال: م-ج نامعادلات زیر را بیابید.

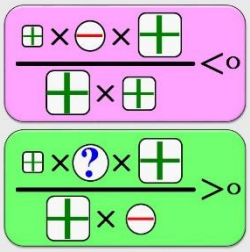
- $\frac{x^2-4x+5}{(x-1)(x^2+4)} \geq 0$
- $\frac{(1-x)(2+x)(x^2+1)}{(3-x)(x+1)} \leq 0$

۱۰۸

مثال: م-ج نامعادله زیر شامل چند عدد صحیح منفی می باشد؟

$$\frac{(x^2-x+1)(x-2)^3(x+2)^2(|x|-5)}{(x^2-2x+1)|x+1|(x^2-9)(x^2-4x)} \geq 0$$

۱۰۷



۱۰۶

مثال: مجموعه جواب نامعادلات زیر را بیابید.

- $x(x^2+4)<0$
- $(x^2+x+1)(2x^2-x-3)>0$
- $\frac{4-2x}{3x+1} \geq 0$

۱۰۹

مثال: مجموعه جواب نامعادله زیر را بیابید.

- $\frac{x^3-x}{x^2-2x+2} \leq 0$

۱۱۰

مثال: چند عدد طبیعی درمجموعه جواب نامعادلهٔ زیرصدق می کنند؟

$$\frac{x(x-5)^2}{x^2+3x-4} \leq 0$$

۱) بی شمار
۲) یک
۳) دو
۴) صفر

۱۱۱

مثال: کدام یک از عبارات زیر هیچ گاه نمی‌تواند مثبت باشد؟

۱) $(x^2-4)(-2x+4)$
۲) $-x.(x^2+5)$
۳) $\frac{-x^2+4x-4}{2x^2-x+3}$
۴) $\frac{x^3-x}{2x^2-x+2}$

۱۱۲

مثال: مجموعهٔ جواب‌های حقیقی نامعادلهٔ زیرکدام است؟

$$\frac{3}{2}x(x-1)^2 > x^3-3x^2+3x-1$$

۱) $(-\infty,2)-\{1\}$
۲) $(-2,+\infty)$
۳) $(-\infty,2)$
۴) $(-2,+\infty)-\{1\}$

۱۱۳

مثال: مجموعهٔ جواب نامعادلهٔ زیرکدام است؟

$$(\frac{1}{3}x+4)(1+\sqrt{x})>x+x\sqrt{x}$$

۱) $(0,6)$
۲) $(-\infty,6)$
۳) $(6,+\infty)$
۴) $(-\infty,-6)$

۱۱۴

- نامعادلات خطی
- معادله، نامعادله، نمودار تابع درجه ۲
- نمودار تابع ● حل معادله ● تعیین علامت ● نامعادله
- ریشه و رأس ● ریشه ها، سیا Δ ● برد و معکوس تابع درجه ۲
- نامعادلات و معادلات غیرخطی
- الگوی تعیین علامت ● الگوی عدالت
- معادلات گویا ● مسائل کاربردی ● معادلات گنگ
- معادله، نامعادله، نمودار تابع قدرمطلقی ● حل معادله با کمک تعریف
- قدرمطلق از نگاه فاصله
- روش ناحیه بندی، تعریف، هندسی ● نمودار توابع قدرمطلقی

۱۱۵

$$1 < \frac{2x-1}{x+1} \leq 3$$

۱۱۶

$$\frac{2x-1}{x+1} \leq 3$$

$$\frac{2x-1}{x+1} > 1$$

۱۱۷

مثال: م-ج نامعادله زیررا به صورت بازه بنویسید.

$$\frac{1}{x-x^2} \geq 4$$

$$\frac{3}{x-4} + \frac{5}{x+4} > \frac{8}{x^2-16}$$

۱۱۸

مثال: نمودار تابع با ضابطهٔ $f(x)=\frac{3x^2-3x}{x^2+5}$ در بازهٔ (a,b) پایین‌تراز خط به معادلهٔ $y=2$ است. بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) ۴
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۷

۱۱۹

مثال: مجموعه جواب نامعادله $\frac{5}{3} \leq \frac{3x+9}{2x+7} < 3$ کدام است؟

۱) $R-(-8,4]$
۲) $R-(-8,-4]$
۳) $[-8,4)$
۴) $[-8,-4)$

۱۲۰

سد۹۶: مجموعه جواب نامعادله $-1 < \frac{3x+1}{x-3} \leq 3$ به کدام صورت است؟

۱) $x<\frac{1}{2}$
۲) $x<3$
۳) $-\frac{1}{2}<x<3$
۴) $\frac{1}{2}<x<3$

۱۲۱

مثال: مجموعه جواب نامعادلهٔ $\frac{x-1}{x+1} > 2x$ کدام است؟

۱) $\{x|x<-1\}$
۲) $\{x|x>-1\}$
۳) $\{x|-2<x<-1\}$
۴) $\{x|-1<x<1\}$

۱۲۳

مثال: مجموعه جواب نامعادله $\frac{2x}{2x+1} < \frac{x+1}{x-1}$ در اعداد حقیقی منفی بازهٔ (a,b) است،حداکثر مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) ۰/۵
۲) ۰/۴
۳) ۰/۳
۴) ۰/۲

۱۲۲

مثال: مجموعه جواب نامعادلهٔ $\frac{(x+2)(x-1)}{x^2+x} > 1$ کدام است؟

۱) $\{x|0<x<1\}$
۲) $\{x|-1<x<0\}$
۳) $\{x|1<x<2\}$
۴) $\{x|-1<x<1\}$

۱۲۴

- نامعادلات خطی
- معادله، نامعادله، نمودار تابع درجه ۲
- نمودار تابع ● حل معادله ● تعیین علامت ● نامعادله
- ریشه و رأس ● ریشه ها، سیا Δ ● برد و معکوس تابع درجه ۲
- نامعادلات و معادلات غیرخطی
- الگوی تعیین علامت ● الگوی عدالت
- معادلات گویا ● مسائل کاربردی ● معادلات گنگ
- معادله، نامعادله، نمودار تابع قدرمطلقی ● حل معادله با کمک تعریف
- قدرمطلق از نگاه فاصله
- روش ناحیه بندی، تعریف، هندسی ● نمودار توابع قدرمطلقی

۱۲۵

مثال: $(x^2-1)x^2=9(x^2-1)$

مثال: $(x^2+1)x^2=9(x^2+1)$

مثال: $\frac{x^2}{x^2-1}=\frac{9}{x^2-1}$

مثال: $(x-1)(2x+3)=(x-1)^2$

۱۲۶

مثال: معادلهٔ زیر چند جواب دارد ؟

$$\frac{2x}{x^2-1}+\frac{2}{x+1}=\frac{2-x}{x^2-x}$$

۱) یک ریشهٔ منفی
۲) یک ریشهٔ مثبت
۳) دو ریشهٔ مختلف العلامه
۴) فاقد ریشه

۱۲۷

مثال: وضعیت ریشه های معادلهٔ $\frac{x-3}{x+1}-\frac{6}{x}+2=0$ کدام است؟

۱) یک ریشهٔ منفی
۲) یک ریشهٔ مثبت
۳) دو ریشهٔ مختلف العلامه
۴) فاقد ریشه

۱۲۸

مثال: وضعیت ریشه های معادلهٔ زیر کدام است؟

$$\frac{3y+5}{y^2+5y}+\frac{y+4}{y+5}=\frac{y+1}{y}$$

۱) یک ریشهٔ منفی
۲) یک ریشهٔ مثبت
۳) دو ریشهٔ مختلف العلامه
۴) فاقد ریشه

۱۲۹

مثال: وضعیت ریشه های معادلهٔ زیر کدام است؟

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x-2}=5$$

۱) دو ریشه منفی
۲) دو ریشهٔ مثبت
۳) دو ریشهٔ مختلف العلامه
۴) یک ریشه

۱۳۰

مثال: جواب معادلهٔ $\frac{12}{9-x^2}=\frac{2}{x-3}-\frac{3}{x}$ مرکز کدام بازه است؟

۱) $(7,10)$ ۲) $(6,12)$ ۳) $(-10,-8)$ ۴) $(-11,-7)$

۱۳۱

مثال: حاصل ضرب جواب های معادلهٔ زیر کدام است؟

$$\frac{1}{2(x-1)}-\frac{x+1}{x^2+3x+2}=\frac{3}{x^2+x-2}$$

۱) ۲
۲) -3
۳) ۱
۴) معادله ریشهٔ حقیقی ندارد

۱۳۲

مثال: مجموع جواب های معادلهٔ $\frac{1}{(x-2)^2}+\frac{2}{x-2}=3$ کدام است؟ ۱) ۵ ۲) $\frac{15}{4}$ ۳) $\frac{14}{3}$ ۴) ۷

۱۳۳

مثال: ریشهٔ کوچک‌تر معادلهٔ $\frac{x-1}{3x}+\frac{6x}{x-1}=3$ ، کدام است؟ ۱) $-\frac{1}{2}$ ۲) $-\frac{1}{5}$ ۳) $\frac{1}{5}$ ۴) $\frac{1}{2}$

۱۳۴

مثال: منحنی $y=\frac{x}{x-1}+\frac{1}{x+1}$ و خط $y=2x+1$ در چند نقطه متقاطع اند؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

۱۳۵

مثال: یکی از جواب های معادله زیر برابر با $x=1$ باشد.جواب دیگر آن کدام است؟

$$\frac{x}{x+1}+\frac{a}{x}=\frac{13-2x}{x^2+x}$$

۱) ۸
۲) -8
۳) -1
۴) ریشه دیگری ندارد.

۱۳۶

مثال: اگرمعادله $\frac{x+a}{x^2-4}=\frac{x}{x-2}-1$ ریشه نداشته باشد، آن‌گاه حاصل جمع مقادیر ممکن برای a کدام است؟

۱) -4
۲) -8
۳) ۱۲
۴) -20

۱۳۷

مثال: به ازای چند مقدار از k معادلهٔ $\frac{x+k+2}{x}+\frac{x+k}{2}=0$ فقط یک ریشه دارد؟

۱) سه مقدار
۲) هیچ مقدار
۳) دو مقدار
۴) یک مقدار

۱۳۸

مثال: کدام گزینه، درباره معادلهٔ زیردرست است؟

$$(2-\frac{x-5}{x-4})(1+\frac{x-5}{x-3})=x^2-14$$

۱) یک ریشهٔ منفی
۲) یک ریشهٔ مثبت
۳) دو ریشهٔ مختلف العلامه
۴) دو ریشهٔ هم علامت

۱۳۹

مثال: حاصل ضرب ریشه های معادلهٔ زیر کدام است؟

$$-2x^2-x+6=\frac{18}{4x^2+2x}$$

۱) ۱/۵
۲) $-1/5$
۳) ۰/۵
۴) $-0/5$

۱۴۰

مثال: حاصل ضرب جواب های معادلهٔ زیر کدام است؟

$$\frac{1}{x^2+2x-4}+\frac{2}{x^2+2x-2}=1$$

۱) ۱۸
۲) ۹
۳) -18
۴) -9

۱۴۱

سد۹۳: به ازای کدام مقدار m مجموع مربعات ریشه های حقیقی معادلهٔ $mx^2-(m+3)x+5=0$ برابر ۶ می باشد؟

۱) $-\frac{9}{5}$ ۲) ۱ ۳) $-\frac{9}{5},1$ ۴) $-1,\frac{9}{5}$

۱۴۲

نامعادلات خطی
معادله ، نامعادله ، نمودار تابع درجه ۲
● نمودار تابع ● حل معادله ● تعیین علامت ● نامعادله
● ریشه و رأس ● ریشه ها ، سیا Δ ● برد و معکوس تابع درجه ۲
نامعادلات و معادلات غیرخطی
● الگوی تعیین علامت ● الگوی عدالت
● معادلات گویا ● مسائل کاربردی معادلات گویا ● معادلات گنگ
معادله ، نامعادله ، نمودار تابع قدرمطلق
● قدرمطلق از نگاه فاصله ● حل معادله با کمک تعریف
● روش ناحیه بندی ، تعریف ، هندسی ● نمودار توابع قدرمطلق

۱۴۳

$x=v.t$

● اختلاف زمان رفت و برگشت ۵ دقیقه
● مدت رفت و برگشت ۹ دقیقه
● برگشت یک ساعت بیشتر از زمان رفت
● ۲ تابی T ساعته ، تنهایی t_a و t_b ساعت

۱۴۴

سد۹۸: سرعت یک قایق موتوری، در آب راکد ۱۰۰ متر در دقیقه است. این قایق فاصلهٔ ۱۲۰۰ متری در رودخانه را رفته و برگشته است. اختلاف زمان رفت و برگشت ۵ دقیقه است. سرعت آب رودخانه ،چند متر در دقیقه است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

۱۴۵

سخ۹۸: پرنده‌ای فاصلهٔ یک کیلومتر را در جهت موافق باد رفته و در جهت مخالف باد برگشته است.اگر سرعت باد ۵ کیلومتر در ساعت و مدت رفت و برگشت ۹ دقیقه باشدسرعت پرنده در هوای آرام، چند کیلومتر در ساعت است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۲/۵ ۳) ۱۳/۵ ۴) ۱۵

۱۴۶

مثال: فاصلهٔ بین دو شهر که درکنار رودخانه ای واقع شده اند ۳۰۰ کیلومتر است.یک کشتی از شهر اول به شهر دوم می رود و پس از دو ساعت توقف همین مسیر را بر می گردد.مدت زمان سفر در مجموع ۱۷ ساعت می باشد.در صورتی که سرعت حرکت کشتی در مسیر جریان آب ۹ کیلومتر در ساعت بیشتر از سرعت آن در خلاف جریان آب باشد سرعت حرکت کشتی را در جهت حرکت آب تعیین کنید.

۱) ۳۲ ۲) ۳۳ ۳) ۳۶ ۴) ۴۵

۱۴۷

مثال: یک خط مترو به طول ۶۰ کیلومتر میدان تجریش را به فرودگاه امام متصل می کند. قطاری مسیر شمال به جنوب این خط را با سرعت v کیلومتر بر ساعت و بدون توقف طی می کند اگر در مسیر جنوب به شمال، از سرعت قطار $10\,km/h$ کاسته شود، زمان برگشت نیم ساعت طولانی تر از زمان رفت خواهد شد. طول زمان رفت و زمان برگشت؟

۱) ۳ ساعت و نیم ۲) ۴ ساعت و نیم
۳) ۵ ساعت و نیم ۴) ۶ ساعت و نیم

۱۴۸

مثال: رضا و محسن در یک لحظه از شهر تهران به طرف کرج حرکت می‌کنند، فاصلهٔ بین دو شهر ۴۰ کیلومتر است.رضا هر ساعت۴ کیلومتر آهسته‌تر از محسن می‌پیماید. محسن به شهر کرج رسیده و بلافاصله برمی‌گردد و رضا را در ۸ کیلومتری کرج ملاقات می‌کند، محسن با چه سرعتی (در ساعت) حرکت می‌کند؟

۱) ۶ کیلومتر در ساعت ۲) ۸ کیلومتر در ساعت
۳) ۱۰ کیلومتر در ساعت ۴) ۱۲ کیلومتر در ساعت

۱۴۹

مثال: اگر دو ماشین چمن زنی با هم کار کنند می توانند در ۴ ساعت چمن یک زمین فوتبال را کوتاه کنند.با فرض اینکه سرعت کار یکی از آن ها دو برابر دیگری باشد، ماشین سریعتر در چند ساعت می توانند این کار را انجام دهند؟

۱) ۶ ساعت ۲) ۱۲ ساعت
۳) ۱۵ ساعت ۴) ۱۸ ساعت

۱۵۰

مثال: علی به همراه چند نفر از دوستان خود، ماهانه یک مجلهٔ ادبی ۱۶ صفحه ای منتشر می کند.پس از تایپ مطالب، او معمولاً ۲ ساعت برای ویرایش ادبی مجله وقت صرف می کند. اگر رضا به او کمک نماید، کار ویرایش حدود ۱ ساعت و ۲۰ دقیقه به طول می انجامد.حال اگر رضا بخواهد به تنهایی کار ویرایش یک شماره از مجله را انجام دهد، نیازمند چه میزان وقت خواهد بود؟

۱) ۳ ساعت ۲) ۴ ساعت
۳) ۵ ساعت ۴) ۶ ساعت

۱۵۱

مثال: علی به همراه چند نفر از دوستان خود، ماهانه یک مجلهٔ ادبی ۱۶ صفحه ای منتشر می کند.پس از تایپ مطالب، او معمولاً ۲ ساعت برای ویرایش ادبی مجله وقت صرف می کند. اگر رضا به او کمک نماید، کار ویرایش حدود ۱ ساعت و ۲۰ دقیقه به طول می انجامد.حال اگر رضا بخواهد به تنهایی کار ویرایش یک شماره از مجله را انجام دهد، نیازمند چه میزان وقت خواهد بود؟

۱) ۳ ساعت ۲) ۴ ساعت
۳) ۵ ساعت ۴) ۶ ساعت

۱۵۲

موجود سریع: s | اختلاف زمان سریع و تنبل: Δt | دو تایی: T

۱۵۳

سد۹۸: یهروز یک مجلّه را به تنهایی ۹ ساعت زودتر از فرهاد تایپ می کند اگر هر دو با هم کار کنند در ۲۰ ساعت این کار انجام می شود.یهروز به تنهایی در چند ساعت این کار را انجام می دهد؟

۱) ۳۲ ۲) ۳۳ ۳) ۴۵ ۴) ۳۶

۱۵۴

مثال: دو شیر آب، یک استخر خالی را در ۷/۵ ساعت پر می کنند. اگر مدت زمانی که شیر A به تنهایی استخر خالی را پر می کند،۲۰ ساعت بیشتر از مدت زمان شیر B باشد، شیر A به تنهایی پس از چند ساعت استخر خالی را پر خواهد کرد؟

۱) ۳۰ ۲) ۲۵ ۳) ۱۵ ۴) ۱۰

۱۵۵

مثال: ماشین A کاری را به تنهایی ۱۵ ساعت زودتر از ماشین B انجام می دهد.اگر هر دو ماشین یک کار را در ۱۸ ساعت انجام دهند،چه زمانی برای ماشین B لازم است تا آن کار را به تنهایی انجام دهد؟

۱) ۳۰ ۲) ۲۵ ۳) ۴۵ ۴) ۱۰

۱۵۶

مثال: مهران و دوستش با هم کاری را شش ساعته تمام می‌کنند. اگر مهران به تنهایی کار کند ۲ ساعت زودتر از دوستش کار را تمام می‌کند. دوست مهران به تنهایی در چه زمانی کار را انجام می‌دهد؟

۱) تقریباً ۱۱ ساعت
۲) تقریباً ۱۲ ساعت
۳) تقریباً ۱۳ ساعت
۴) تقریباً ۱۴ ساعت

۱۵۷

مثال: ۲۰۰ کیلو گرم محلول نمک ۱۵ درصد داریم.چند کیلو گرم نمک به این محلول اضافه کنیم تا غلظت آن به ۲۰ درصد برسد؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۲/۲۵ ۳) ۱۲/۵ ۴) ۱۳

۱۵۸

مثال: یازده کیلو گرم رنگ با غلظت ۴۰ درصد با چهار کیلو گرم رنگ باغلظت۷۰ درصد مخلوط شده اند با تبخیر چند کیلوگرم آن، غلظت محلول به ۵۰ درصد می رسد؟

۱) ۰/۴ ۲) ۰/۵ ۳) ۰/۶ ۴) ۰/۸

۱۵۹

مثال: صد کیلوگرم محلول آب و شکر با غلظت ٪۲۰ جرمی موجود است. اگر نیمی از آب آن را تبخیر کنیم، چند کیلوگرم باید شکر اضافه کنیم، تا غلظت آن ٪۴۰ جرمی، گردد؟

۱) $\frac{۲۰}{۳}$ ۲) $\frac{۱۰}{۳}$ ۳) ۸ ۴) این کار ممکن نیست.

۱۶۰

مثال: دبیر ریاضی آرمان هر هفته یک آزمون ۱۰ امتیازی برگزار می کرد.پس از ۵ هفته،آرمان جمعاً ۳۶ امتیاز کسب کرد. او از هفتهٔ ششم به بعد در تمام آزمون ها امتیاز ۹ را کسب کرد؛ به طوری که میانگین کل آزمون هایش برابر ۸ شد. از هفتهٔ ششم به بعد،آرمان در چند آزمون متوالی نمرهٔ ۹ گرفته است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۱۶۱

مثال: در یک آزمون، دانش‌آموزی ۱۵ سوال از ۲۰ سوال اول را درست جواب می‌دهد. همچنین ثلث باقی‌ماندهٔ سوال‌ها نیز درست جواب می‌دهد. با فرض اینکه سوال‌ها همگی امتیاز برابر دارند و نمرهٔ این دانش‌آموز ٪ ۴۰ باشد، تعداد سوالات آزمون کدام است؟

۱) ۹۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۲۵ ۴) ۱۵۰

۱۶۲

مثال: پدر بزرگ برای اهدا به مهدکودک چند اسباب بازی یکسان، مجموعاً به قیمت ۱۲۰ هزار تومان خریداگر فروشنده برای هر اسباب بازی هزار تومان به پدر بزرگ تخفیف می داد او می توانست با همان پول چهار اسباب بازی دیگر هم بخرد.قیمت هر اسباب بازی قبل از تخفیف چقدر بوده است؟

۱) ۵۰۰۰ ۲) ۶۰۰۰
۳) ۷۰۰۰ ۴) ۸۰۰۰

۱۶۳

مثال: حوضی با یک شیر در عرض ۴ ساعت و با شیر دیگر در عرض ۵ ساعت پر می‌شود. شیر سوم (شیر تخلیه) حوض پر شده را در عرض ۲ ساعت خالی می‌کند. اگر هر سه شیر باز باشند، حوض پر از آب در چه مدتی خالی می‌شود؟

۱) ۳۰ ساعت ۲) ۱۵ ساعت
۳) ۲۰ ساعت ۴) ۱۰ ساعت

۱۶۴

توجه: مستطیلی به طول x و عرض y که نسبت طول به عرض آن عدد باشد را مستطیل طلایی نامند.

$$\frac{x}{y}=\frac{x+y}{x} \qquad \frac{x}{y}=\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}\simeq ۱/۶۱۸$$

۱۶۵

- نامعادلات خطی
- معادله، نامعادله، نمودار تابع درجه ۲
  - نمودار تابع ● حل معادله ● تعیین علامت ● نامعادله
  - ریشه و رأس ● ریشه ها، سیا Δ ● برد و معکوس تابع درجه ۲
- نامعادلات و معادلات غیرخطی
  - الگوی تعیین علامت ● الگوی عدالت
  - معادلات گویا ● مسائل کاربردی معادلات گویا ● معادلات گنگ
- معادله، نامعادله، نمودار تابع قدرمطلقی ● حل معادله با کمک تعریف
  - قدرمطلق از نگاه فاصله
  - روش ناحیه بندی، تعریف، هندسی ● نمودار توابع قدرمطلقی

۱۶۶

مثال: فرض کنید بخواهیم نقطه ای را روی محور طول ها بیابیم که فاصلهٔ آن از نقطهٔ $P(۲,۳)$ برابر ۵ باشد.مسئله چند جواب دارد؟

۱۶۷

مثال: فرض کنید بخواهیم نقطه ای را روی محور عرض ها بیابیم که فاصلهٔ آن از نقطهٔ $P(۲,۳)$ برابر ۵ باشد.مسئله چند جواب دارد؟

۱۶۸

مثال: اگر α جواب معادلهٔ $2x=1-\sqrt{2-x}$ باشد، حاصل $\alpha+[\alpha]$ کدام است؟

۱) صفر ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $-\frac{1}{4}$ ۴) $-\frac{5}{4}$

۱۶۹

مثال: معادلهٔ $x=\sqrt{2x^2-5x+2}+2$ دارای ..... است؟

۱) فقط یک جواب مثبت ۳) دو جواب مثبت
۲) فاقد جواب ۴) دو جواب مختلف‌العلامت

۱۷۰

سد۹۸: اگر $3a+\sqrt{2a^2+4a}=2$ باشد، عدد $\frac{a+1}{a}$ کدام است؟

۱) ۱/۵
۲) ۲/۵
۳) ۳/۵
۴) ۴/۵

۱۷۱

سخ۹۸: اگر $2a+\sqrt{3a+16}=1$ باشد، عدد $4a+9$ کدام است؟

۱) ۴
۲) ۶
۳) ۱۵
۴) ۲۱

۱۷۲

مثال: اگر $x=4$ یکی از جواب های معادله $x+a=\sqrt{5x-x^2}$ باشد، جواب دیگر آن کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) جواب دیگر ندارد

۱۷۳

مثال: عددی از جذرش ۱۲ واحد بزرگتر است. مجذور این عدد کدام است؟

۱) ۸۱ ۲) ۱۶ ۳) ۶۴ ۴) ۲۵۶

۱۷۴

مثال: عدد غیر صحیحی که تفاضل آن از جذرش برابر نصف آن عدد است، ریشهٔ کدام معادله می تواند باشد؟

۱) $-9x^2+13x-4=0$
۲) $x^3-2x=0$
۳) $-x^2+x+2=0$
۴) $-x^2+6x+27=0$

۱۷۵

مثال: عدد صحیحی که تفاضل جذرش از آن عدد برابر نصف آن عدد است، ریشهٔ کدام معادله می تواند باشد؟

۱) $9x^2+13x-4=0$
۲) $x^2-4x=0$
۳) $-x^2+x+2=0$
۴) $-x^2+6x+27=0$

۱۷۶

مثال: معادلهٔ $\frac{1}{\sqrt{x}-2}-2=\frac{5}{\sqrt{x}+2}$ چند ریشه دارد؟

۱) فقط یک ریشهٔ مثبت دارد. ۳) فقط یک ریشهٔ منفی دارد.
۲) دو ریشه دارد. ۴) ریشهٔ حقیقی ندارد.

۱۷۷

مثال: مجموع جواب های معادله $\frac{4-x}{9}=\frac{2-\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۴ ۳) ۱ ۴) ۵

۱۷۸

مثال: معادلهٔ $\sqrt{m}+\frac{1}{\sqrt{m}}=2$ چند ریشه دارد؟

۱) فقط یک ریشهٔ مثبت
۳) فقط یک ریشهٔ منفی
۲) دو ریشه.
۴) ریشهٔ حقیقی ندارد.

۱۷۹

مثال: معادلهٔ $\sqrt{m+5}+\frac{1}{\sqrt{m+5}}=2$ چند ریشه دارد؟

۱) فقط یک ریشهٔ مثبت ۳) فقط یک ریشهٔ منفی
۲) دو ریشه. ۴) ریشهٔ حقیقی ندارد.

۱۸۰

مثال: معادلهٔ $2\sqrt{5x-1}+3=0$ .....

۱) فقط یک ریشهٔ مثبت دارد. ۳) فقط یک ریشهٔ منفی دارد.
۲) دو ریشه دارد. ۴) ریشه ندارد.

۱۸۱

مثال: معادلهٔ $\sqrt{2x+3}+1=0+\sqrt{x-2}$ .....

۱) فقط یک ریشهٔ مثبت دارد. ۳) فقط یک ریشهٔ منفی دارد.
۲) دو ریشه دارد. ۴) ریشه ندارد.

۱۸۲

مثال: معادلهٔ $\sqrt{1-x}+\sqrt{x-2}=0$ .....

۱) فقط یک ریشهٔ مثبت دارد. ۳) فقط یک ریشهٔ منفی دارد.
۲) دو ریشه دارد. ۴) ریشه ندارد.

۱۸۳

مثال: معادلهٔ $2\sqrt{x-2}+\sqrt{x^2-4}+2=0$ چند ریشه دارد؟

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) صفر

۱۸۴

مثال: معادلهٔ $\sqrt{x^2-x}+\sqrt{x^2-5x+4}$ چند ریشه دارد؟

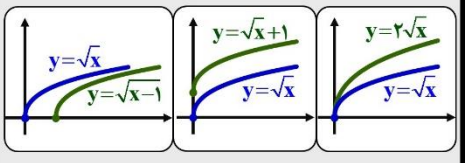
۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) صفر

۱۸۵

مثال: معادلهٔ $x(x^2-5)\sqrt{x-3}=0$ چند ریشه دارد؟

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) صفر

۱۸۶



۱۸۷

مثال: از معادلهٔ $2\sqrt{x}=\sqrt{3x-3}$ جواب x کدام است؟

۱) فقط یک جواب مثبت ۳) دو جواب مثبت
۲) فاقد جواب ۴) دو جواب مختلف‌العلامت

۱۸۸

مثال: معادلهٔ $\sqrt{x+7}=\sqrt{x}+1$ دارای ..... است؟

۱) فقط یک جواب مثبت ۳) دو جواب مثبت
۲) فاقد جواب ۴) دو جواب مختلف‌العلامت

۱۸۹

مثال: معادلهٔ $\frac{۲}{\sqrt{u}}-\frac{۱}{\sqrt{u}-۳}=۰$ دارای ..... است؟

۱) فقط یک جواب مثبت
۲) فاقد جواب
۳) دو جواب مثبت
۴) دو جواب مختلف‌العلامت

۱۹۰

مثال: معادلهٔ $\sqrt{x+۱}-\sqrt{۲x-۵}=۱$ .....

۱) فقط یک ریشهٔ مثبت دارد.
۲) دو ریشه دارد.
۳) فقط یک ریشهٔ منفی دارد.
۴) ریشه ندارد.

۱۹۱

مثال: معادلهٔ $\sqrt{x+۱}-x=۰$ چند ریشهٔ حقیقی دارد؟

۱) هیچ
۲) یک
۳) دو
۴) بی‌شمار

۱۹۲

مثال: وضعیت ریشه های معادلهٔ $\sqrt{x}+x=۶$ کدام است؟

۱) فقط یک ریشهٔ مثبت دارد.
۳) فقط یک ریشهٔ منفی دارد.
۲) دو ریشه.
۴) ریشهٔ حقیقی ندارد.

۱۹۳

مثال: جواب‌های معادلهٔ $۳x=\sqrt{x^۲+۶}-۴$ چگونه است؟

۱) یک جواب مثبت
۲) دو ریشه منفی
۳) یک ریشهٔ منفی
۴) دو جواب مختلف العلامه

۱۹۴

- نامعادلات خطی
- معادله، نامعادله، نمودار تابع درجه ۲
  - نمودار تابع
  - حل معادله
  - تعیین علامت
  - نامعادله
  - ریشه و رأس
  - ریشه ها، سیا Δ
  - برد و معکوس تابع درجه ۲
- نامعادلات و معادلات غیرخطی
  - الگوی تعیین علامت
  - الگوی عدالت
  - معادلات گویا
  - مسائل کاربردی معادلات گویا
  - معادلات گنگ
- معادله، نامعادله، نمودار تابع قدرمطلقی
  - حل معادله با کمک تعریف
  - قدرمطلق از نگاه فاصله
  - نمودار توابع قدرمطلقی
  - روش ناحیه بندی، تعریف، هندسی

۱۹۵

$$|x|=\begin{cases} x & x\geq ۰ \\ -x & x<۰ \end{cases}$$

$$\begin{cases} |☺| = \\ |☹| = \end{cases}$$

$$\begin{cases} |۵|=۵ \\ |-۵|=۵ \end{cases}$$

۱۹۶

$|x-۲|=$

$|x+۱|=$

$|۲x-۱|=$

$|x^۲-x|=$

۱۹۷

مثال: عبارات زیررا به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.

۱) $\sqrt{(-۵)^۲}$

۲) $\sqrt{x^۲-۴x+۴}$

۳) $\sqrt{۴x^۴+۴x^۲+۱}$

۴) $\sqrt{۱۱-۴\sqrt{۷}}$

۱۹۸

مثال: اگر $x^۲-x<۰$ باشد، حاصل عبارت زیر را بیابید.

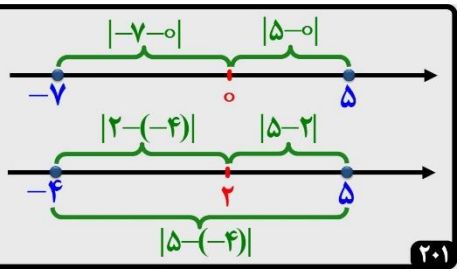
$$A=\sqrt{x^۲}+\sqrt{x^۲-۲x+۱}$$

۱۹۹

مثال: اگر $x(۲x-۱)<۱۵$ آنگاه حاصل $|x-۳|+۲|x+۳|$ کدام است؟

۱) $۳x+۳$
۲) $x+۳$
۳) $-x+۹$
۴) $x+۹$

۲۰۰



۲۰۱

$|x-۱|<۲$

$|x-۱|=۲$

$|x-۱|>۲$

۲۰۲

مثال

$\lvert\frac{x-۱}{۲}-۱\rvert\geq ۳$	$\lvert x-۳\rvert\leq ۲$
$\lvert ۵-۲x\rvert\geq ۱$	$\lvert ۷-۲x\rvert<۱$
$\lvert ۲x-۱\rvert>۵$	$\lvert\frac{x}{۳}+۱\rvert<\frac{۲}{۳}$

۲۰۳

مثال: به ازای چه مقادیری از x ، خط $y=۴$ زیر نمودار تابع $y=(x-۲)^۲$ قرار نمی گیرد؟

۱) $[۰,۴]$
۲) $[۱,۳]$
۳) $(-\infty,۰)\cup(۴,+\infty)$
۴) $(-\infty,۱)\cup(۳,+\infty)$

۲۰۵

مثال: به ازای کدام مقادیر m ، عبارت $x^۲-۴x+|m-۱|$ همواره مثبت است؟

۱) $m<۵$
۲) $m>-۳$
۳) $m>۵$ یا $m<-۳$
۴) $m>۳$ یا $m<-۵$

۲۰۶

مثال: اگر عدد ۱ بین دو ریشهٔ معادلهٔ $x^۲+|m-۱|x-۲=۰$ باشد، حدود m کدام است ؟

۱) $(-\infty,۰)\cup(۲,+\infty)$
۲) $(-\infty,-۱)\cup(۱,+\infty)$
۳) $(-۱,۱)$
۴) $(۰,۲)$

۲۰۷

مثال: م-ج نامعادله زیر چند عدد صحیح را شامل نمی شود؟

$x^۲+۲x+۳|x+۱|-۹\geq ۰$

۱) ۵
۲) ۴
۳) ۳
۴) بی شمار

۲۰۸

مثال: اگر اشتراک مجموعه جواب دو نامعادله $۱-۴x>۱۳$ و $۳x+۲<۱$ به صورت $|x-\alpha|<\beta$ باشد، مقدار $\alpha+\beta$ ؟

۱) ۳
۲) ۲
۳) -۳
۴) -۲

۲۰۹

مثال: م-ج کدامیک از نامعادلات زیر بازهٔ $(۱,۹)$ می باشد.

۱) $|x-۴|<۵$
۲) $|x-۴|>۵$
۳) $|x-۵|>۴$
۴) $|x-۵|<۴$

۲۱۰

سد(۹): تابع $f(x)=x^۲-۲x-۳$ با دامنه $\{x \mid |x-۱|<۲\}$ همواره چگونه است؟

۱) نزولی
۲) مثبت
۳) صعودی
۴) منفی

۲۰۴

مثال: م-ج کدامیک از نامعادلات زیر بازهٔ زیر می باشد.
$(-\infty,3]\cup[6,+\infty)$

۱) $|2x-3|\leq 9$
۲) $|2x-3|\geq 9$
۳) $|2x-9|\geq 3$
۴) $|2x-9|\leq 3$

۲۱۱

مثال: مجموعه جواب نامعادلهٔ $||x-2|-3|\leq 1$ شامل چند عدد طبیعی است؟

۱) ۶
۲) ۴
۳) ۳
۴) ۱

۲۱۲

- نامعادلات خطی
- معادله، نامعادله، نمودار تابع درجه ۲
- نمودار تابع ● حل معادله ● تعیین علامت ● نامعادله
- ریشه و رأس ● ریشه ها، سیا Δ ● برد و معکوس تابع درجه ۲
- نامعادلات و معادلات غیرخطی
- الگوی تعیین علامت ● الگوی عدالت
- معادلات گویا ● مسائل کاربردی معادلات گویا ● معادلات گنگ
- معادله، نامعادله، نمودار تابع قدرمطلقی
- حل معادله با کمک تعریف
- قدرمطلق از نگاه فاصله
- روش ناحیه بندی، تعریف، هندسی ● نمودار توابع قدرمطلقی

۲۱۳

معادلات قدرمطلقی ساده

$|x|=2 \rightarrow x=\pm 2$
$|x|=-2 \rightarrow$ فاقد جواب
$|x|=|2| \rightarrow x=\pm 2$

$|x|=a$ ($a\geq 0$) $\rightarrow x=\pm a$
$|x|=a$ ($a<0$) $\rightarrow$ فاقد جواب
$|x|=|a| \rightarrow x=\pm a$

۲۱۴

مثال: معادلات قدر مطلقی زیر را حل کنید.

$|x^2-1|=1$

$|x^2-x|=2x$

$|x^2-x|=|2x|$

۲۱۵

مثال: معادلات قدر مطلقی زیر را حل کنید.

$3^{2x+|2x-3|}=27$

$x^2-5|x|+4=0$

۲۱۶

مثال: معادلهٔ $||x-4|-2|=3$ چند جواب دارد؟

۲۱۷

مثال: معادلات زیر را حل کنید؟

۱) $|2x-1|=3x$

۲) $|2x-1|=|3x|$

۲۱۸

مثال: طول بازه ای که م-ج معادله $|2-\frac{1}{x}|=\frac{2x-1}{x}$ نمی باشد کدام است؟

۱) ۰/۵
۲) ۱
۳) ۱/۵
۴) ۲

۲۱۹

حل نامعادلات قدر مطلقی

$|x|\leq a$ ($a>0$) $\rightarrow$
$|x|\geq a$ $\rightarrow$
$|x|\leq |a|$ $\rightarrow$

۲۲۰

مثال: نامعادله $|x+1|>|2x-1|$ چند جواب صحیح دارد؟

۱) ۲
۲) ۱
۳) ۳
۴) صفر

۲۲۱

مثال: م-ج نامعادلهٔ $|3x+2|>|x+3|$ را به صورت $|ax+3|<b$ نوشته ایم. مقدار $a+b$ کدام است؟

۱) ۱۲
۲) ۱۳
۳) ۱۵
۴) ۱۷

۲۲۲

سد ۹۲: مجموعه جواب نامعادله $|\frac{x-2}{2x+1}|>1$ کدام بازه است؟

۱) $(-3,-\frac{1}{2})\cup(-\frac{1}{2},\frac{1}{3})$
۲) $(-2,-\frac{1}{2})\cup(-\frac{1}{2},1)$
۳) $(-3,-\frac{1}{2})$
۴) $(-\frac{1}{2},\frac{1}{3})$

۲۲۳

سد ۹۵: م-ج نامعادلهٔ $|\frac{2-x}{2x-3}|<1$ کدام بازه است؟

۱) $(1,\frac{3}{2})$
۲) $(1,\frac{5}{3})$
۳) $(\frac{3}{2},\frac{5}{3})$
۴) $(\frac{5}{3},2)$

۲۲۴

- نامعادلات خطی
- معادله، نامعادله، نمودار تابع درجه ۲
- نمودار تابع ● حل معادله ● تعیین علامت ● نامعادله
- ریشه و رأس ● ریشه ها، سیا Δ ● برد و معکوس تابع درجه ۲
- نامعادلات و معادلات غیرخطی
- الگوی تعیین علامت ● الگوی عدالت
- معادلات گویا ● مسائل کاربردی معادلات گویا ● معادلات گنگ
- معادله، نامعادله، نمودار تابع قدرمطلقی ● حل معادله با کمک تعریف
- قدرمطلق از نگاه فاصله
- روش ناحیه بندی، تعریف، هندسی ● نمودار توابع قدرمطلقی

۲۲۵

ناحیه $|x-2|<x-1$

هندسی $|x-2|<x-1$ | **تعریف** $|x-2|<x-1$

۲۲۶

مثال: مجموعه جواب نامعادلهٔ $|x+1|(3x-1)\leq x-5$ چند عدد صحیح منفی را شامل نمی شود؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) بی شمار

۲۲۷

سخ ۹۲: اگر $f(x)=\sqrt{x+|x+2|}$ آنگاه دامنهٔ تابع $f(-x)$ کدام است؟

۱) $x\leq -1$ ۲) $x\geq -1$ ۳) $x\leq 1$ ۴) $x\geq 1$

۲۲۸

مثال: حاصل ضرب ریشه های حقیقی معادله زیر کدام است؟
$|x^2-2x|+x=1$

۱) $1+\sqrt{5}$
۲) -1
۳) $2+\sqrt{5}$
۴) $2-\sqrt{5}$

۲۲۹

مثال: معادله مقابل را حل کنید. $|x-|2x-1||=x-1$

۲۳۰

مثال: معادله رو برو را حل کنید. $|3x-|x+4||=x-1$

۲۳۱

سخ۹۵: بازه مجموعه جواب نامعادله زیر ؟

$2x+1-|x-2|>|x^2+1|$

۱) $(-2,1)$
۲) $(-1,1)$
۳) $(-1,2)$
۴) $(1,2)$

۲۳۲

سخ۹۲: بازهٔ مجموعه جواب نامعادلهٔ : $x^2-2x<|x-2|$

۱) $(-1,1)$ ۲) $(-1,2)$ ۳) $(0,2)$ ۴) $(1,2)$

۲۳۳

سد۹۲: بازهٔ مجموعه جواب نامعادلهٔ $(x-4)|x|<2x-5$ کدام است ؟

۱) $(1,5)$
۲) $(1-\sqrt{6},1+\sqrt{6})$
۳) $(1,5)\cup(1+\sqrt{6},+\infty)$
۴) $(-\infty,1-\sqrt{6})\cup(1,5)$

۲۳۴

سد۹۷: در بازهٔ (a,b) ، نمودار تابع $y=-x^2-\frac{1}{2}x+\frac{9}{2}$ ، بالاتر از نمودار تابع $y=2x+|x|$ است.طول نقطهٔ وسط این بازه کدام است؟

۱) -2 ۲) $-1/5$ ۳) -1 ۴) $-0/5$

۲۳۵

مثال: مجموع جواب های معادلهٔ $|2x-1|+|x+2|=3$ کدام است؟

۱) $-\frac{2}{3}$
۲) $\boxed{\frac{2}{3}}$
۳) 1
۴) $\frac{4}{3}$

۲۳۶

مثال: دامنه تابع $y=\frac{1}{\sqrt{5-2|1-x|-|-x+2|}}$ بازه (a,b) می باشد. بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) $\frac{8}{3}$ ۲) $\frac{10}{3}$
۳) $\frac{7}{2}$ ۴) $\frac{5}{2}$

۲۳۷

مثال: م-ج نامعادلهٔ $|x|-1<\sqrt{1-x}$ با م-ج کدام نامعادله یکسان است؟

۱) $|x+1|<1$
۲) $|x-1|>2$
۳) $|x+1|<2$
۴) $|x-1|>1$

۲۳۸

سخ۹۴: دربازهٔ (a,b) نمودار تابع $y=\sqrt{x+3}$ در بالای نمودار تابع $f(x)=|x-1|-2$ قرار دارد. بیش ترین مقدار $b-a$ ؟

۱) ۶
۲) ۷
۳) ۸
۴) ۹

۲۳۹

مثال: نمودار تابع به معادلهٔ $y=|x^2-x|$ در بازهٔ (a,b) زیر خط قرار $y=3$ دارد.بیش ترین مقدار $b-a$ چه قدر است؟

۱) $\sqrt{13}$ ۲) $\sqrt{11}$ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۴۰

سخ۹۵: اگر مجموعه جواب نامعادلهٔ $|x^2-2|<|x+1|-1$ بازهٔ (a,b) باشد، طول وسط این بازه ، کدام است؟

۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۱/۵ ۴) ۲

۲۴۱

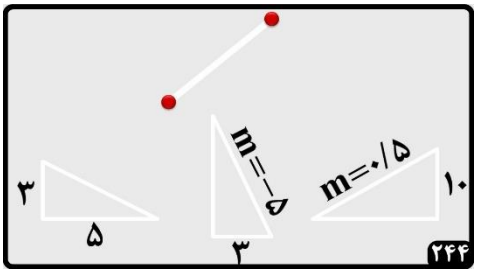
سد۹۵: مجموعه جواب نامعادلهٔ زیر بازهٔ (a,b) است. طول وسط این بازه کدام است؟ $\sqrt{3x+4}>2|x-1|-x$

۱) ۲/۵ ۲) ۳ ۳) ۳/۵ ۴) ۴

۲۴۲

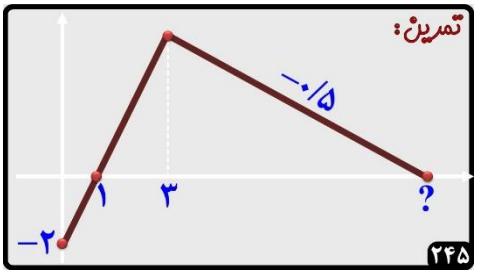
نامعادلات خطی
معادله ، نامعادله ، نمودار تابع درجه ۲
● نمودار تابع ● حل ● تعیین علامت ● نامعادله
● ریشه و ● ریشه‌های سیا Δ ● برد و معکوس تابع درجه ۲
نامعادلات و معادلات غیرخطی
● الگوی تعیین علامت ● الگوی عدالت
● معادلات گویا ● مسائل کاربردی معادلات گویا ● معادلات گنگ
معادله ، نامعادله ، نمودار تابع قدرمطلقی
● قدرمطلق از نگاه فاصله ● حل معادله با کمک تعریف
روش ناحیه بندی ، تعریف ، هندسی ● نمودار توابع قدرمطلقی

۲۴۳



۲۴۴

تمرین:



۲۴۵

$y=|x-1|$
$y=|2x-4|$
$y=|x-1|+|2x-4|$
$y=|x-1|-|2x-4|$
$y=|x-1|+|x-3|$
$y=|x-1|-|x-3|$
$y=|2x-6|+|x-1|-x$

۲۴۶

$y=|x-1|+|x-2|$

۲۴۷

$y=|x-1|-|x-3|$

۲۴۸

$f(x)=|x+1|-|x+2|$

۲۴۹

$y=|2x-2|+|2x-4|$

۲۵۰

$y=|2x-2|-|2x-4|$

۲۵۱

سد۹۸: تابع با ضابطه $f(x)=|x+2|+|x-1|$ در کدام بازه، اکیداً نزولی است؟

۱) $(-\infty,-2)$ ۲) $(-\infty,1)$ ۳) $(-2,1)$ ۴) $(1,+\infty)$

۲۵۲

سخ۹۸: تابع با ضابطهٔ $f(x)=|x+1|-|x-2|$ ، درکدام بازه، اکیداً صعودی است؟

۱) $(-\infty,2)$
۲) $(-1,+\infty)$
۳) $(-1,2)$
۴) $(2,+\infty)$

۲۵۳

مثال: اختلاف جواب های معادله $|1-x|+|-x+3|=3$ کدام است؟

۱) ۴
۲) ۳/۵
۳) ۳
۴) ۲/۵

۲۵۴

مثال: دامنه تابع $y=\sqrt{|-x+1|-|3-x|-1}$ کدام است؟

۱) $[\frac{5}{2},+\infty)$
۲) $(-\infty,2]$
۳) $[\frac{1}{2},\frac{5}{2}]$
۴) $(-\infty,-1]\cup[2,+\infty)$

۲۵۵

مثال: درباره تابع معکوس قطعه ای از تابع $f(x)=3|1-x|-|2-x|$ که نزولی می باشد، چه تعداد از موارد زیر صحیح است؟

A) $R_{f^{-1}}=(-\infty,1]$
B) $D_{f^{-1}}=[-1,+\infty)$
C) $f^{-1}(x)=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

۲۵۷

مثال: چه تعداد از موارد درباره تابع زیر صحیح است؟
$f(x)=|x-2|-2|1-x|+x$

f در بازه $(1,+\infty)$ نزولی اکید می باشد.
f در بازه $(-\infty,1)$ صعودی اکید می باشد.
برد f بازه $(-\infty,2]$ می باشد.
اگر $0<k<2$ آنگاه معادله $f(x)=k$ دو جواب حقیقی دارد.
نظیر بازه $(1,2)$ معکوس پذیر بوده و دامنه معکوس این قطعه، بازه $(0,2)$ است

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۲۵۸

سد۹۴: نمودار تابع زیر در یک بازه اکیداً نزولی است. ضابطهٔ معکوس در این بازه؟
$y=|2x-6|-|x+4|+x$

$y=-x+6 : x<-4$ $\quad y=-\frac{1}{2}x+1 : x\in(-4,10)$
$y=-x+5 : x>2$ $\quad y=-\frac{1}{2}x+1 : x\in(-4,3)$

۲۵۹

سد۹۴: نمودار تابع زیر در یک بازه اکیداً نزولی است. ضابطهٔ معکوس در این بازه؟
$y=|2x-6|-|x+4|+x$

$y=-x+6 : x<-4$ $\quad y=-\frac{1}{2}x+1 : x\in(-4,10)$
$y=-x+5 : x>2$ $\quad y=-\frac{1}{2}x+1 : x\in(-4,3)$

۲۵۹

سد۹۵: اگر $f(x)=x^2+x$ و $g(x)=\sqrt{4x+1}$ باشند، مساحت ناحیهٔ محدود به نمودار تابع gof و خط به معادلهٔ $y=3$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۴/۵ ۴) ۶

۲۶۰

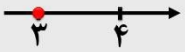
پایان

۲۶۱

مفهوم جزء صحیح

۱

$\lfloor 3/4 \rfloor =$

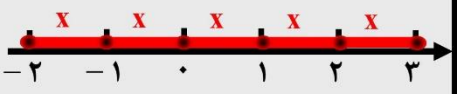
$\lfloor 3 \rfloor =$ 

$\lfloor -3/2 \rfloor =$

۲

$k\le x<k+1 \rightarrow [x]=$

۳

مثال: $-2\le x\le 3 \rightarrow [x]=$ 

۴

سخ ۸۸: اگر $x^2+x<0$ باشد، حاصل عبارت $[x]+[x^2]+[x^3]+[x^4]$ زیر کدام است؟

۵

سد۹۱: برای هر عدد طبیعی $n>2$ ، حاصل $[\sqrt{4n^2-3n+1}]-2[\sqrt{n^2-2n}]$ کدام است؟

۶

مثال: اگر $f(x)=\begin{cases}[x] & x\notin Q\\ \pi & x\in Q\end{cases}$ آنگاه ضابطهٔ تابع $y=f(f(x))$ را بیابید؟

۷

مثال: هر گاه $(1+\sqrt{2})^8+(1-\sqrt{2})^8=1154$ حاصل $[(1+\sqrt{2})^8]$ برابر کدام است؟

۸

مثال: اگر $f(x)=x-\left[\frac{2^x}{2[x]}\right]$ ، حاصل $f(3)+f(\frac{1}{3})$ را بیابید.

۹

مثال: معادله ی $[x]+[x^2]=\frac{x}{2}$ چند ریشه دارد؟

۱۰

$[x]=k \rightarrow \quad \le x<$

۱۱

مثال: مجموعه جواب نامعادلات زیر را بیابید.

$-2<[x]<4$ $\qquad [x]\le 3$

۱۲

مثال: مجموعه جواب نامعادلات زیر را بیابید.

$[x]^2-3[x]+2\geq 0$ | $|[x]|<2$

۱۳

سد ۸۸: اگر جزء صحیح (x^2+x) برابر -1 باشد آنگاه $[x^{20}]$ کدام است؟

۱۴

ویژگی ۱: $0\leq x-[x]<1$

$0\leq \square-[\square]<1$

$\leq 2x-[2x]<$

$\leq 2x-2[x]<$

۱۵

ویژگی ۲:

$[2]+[-2]=0$

$[2/3]+[-2/3]=2-3=-1$

مثال:

$$[x]+[-x]=\begin{cases}0 & x\in\mathbb{Z}\\ -1 & x\in\mathbb{Z}'\end{cases}$$

۱۶

$\{x\neq k \mid k\in Z\} \rightarrow [x]+[-x] \rightarrow -1$

$\{x\neq \frac{k}{2} \mid k\in Z\} \rightarrow [2x]+[-2x] \rightarrow -1$

$\{x\neq 2k \mid k\in Z\} \rightarrow [\frac{x}{2}]+[-\frac{x}{2}] \rightarrow -1$

۱۷

مثال: دامنهٔ تابع $y=\frac{x-1}{[x]+[-x]}$ ؟

مثال: دامنهٔ تابع $y=\frac{x-1}{[2x]+[-2x]}$ ؟

مثال: دامنهٔ تابع $y=\frac{x-1}{[\frac{x}{3}]+[-\frac{x}{3}]+1}$ ؟

۱۸

مثال: نمودار تابع $y=f(x)$ شکل زیر است. برد تابع $y=\begin{cases}[f(x)]+[-f(x)] & x\in Z\\ -1 & x\notin Z\end{cases}$ را بیابید.

۱۹

مثال: اگر $f(x)=[ax]+[a], a\notin Z$ و $g(x)=[2x-1]$ باشد حاصل $f(g(\frac{1}{3}))$ را بیابید؟

۲۰

مثال: معادله $\frac{1}{[x]+[-x]}=2x^2-5x+2$ چند جواب دارد؟

۲۱

مثال: مجموعه جواب نامعادله $\frac{x-[x]}{[x]+[-x]}\leq 0$ را بیابید؟

۲۲

مثال: اگر $f(x)=[x]+[-x]$ باشد، آنگاه تعداد نقاط ناپیوستگی تابع $g(x)=\begin{cases}f(x) & x\notin\mathbb{Z}\\ f(x)-1 & x\in\mathbb{Z}\end{cases}$ روی بازه $[-4,4]$ را بیابید؟

۲۳

$$[x]+[-x]=\begin{cases}0 & x\in Z\\ -1 & x\notin Z\end{cases}$$

$$\begin{cases}[-x]=-x & x\in Z\\ [-x]=-[x]-1 & x\notin Z\end{cases}$$

۲۴

مثال: مجموعه جواب معادله $3[x]+[-x]+5=0$ را بیابید؟

۲۵

ویژگی ۳:

$[7/9+5]=[7/9]+5$ (۱۲ و ۷)

$[7/9-5]=[7/9]-5$ (۲ و ۷)

مثال:

$k\in\mathbb{Z}: [x\pm k]=[x]\pm k$

۲۶

مثال: مجموعه جواب معادله زیر را بیابید؟

$[x]+[x-\frac{1}{3}]-[x+\frac{2}{3}]=1$

۲۷

به‌توان زوج رساندن بازه

$[2,5) \xrightarrow{\text{قدر}} [2,5) \xrightarrow{()^2} [4,25)$

$(-5,3] \xrightarrow{\text{قدر}} [0,5) \xrightarrow{()^2} [0,25)$

$(-4,-3] \xrightarrow{\text{قدر}} [3,4) \xrightarrow{()^2} [9,16)$

۲۸

به‌توان فرد رساندن بازه

$[1,2] \xrightarrow{()^3} [1,8]$

$[-3,2) \xrightarrow{()^3} [-27,8)$

$(-4,-2] \xrightarrow{()^3} (-64,-8]$

۲۹

رادیکال گرفتن از بازه (فرجه زوج)

$[4,25) \xrightarrow{\sqrt[2]{}} [2,5)$

$(-5,4] \xrightarrow{\sqrt[2]{}} [0,2]$

$[-4,9) \xrightarrow{\sqrt[2]{}} [0,3)$

۳۰

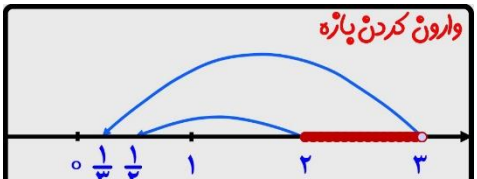
رادیکال گرفتن از بازه (فرجه فرد)

$[-8,-1) \xrightarrow{\sqrt[3]{}} [-2,-1)$

$(-64,27] \xrightarrow{\sqrt[3]{}} (-4,3]$

۳۱

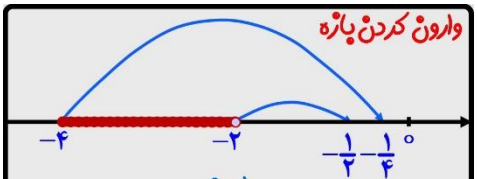
وارون کردن بازه



$x\in[2,3) \xrightarrow{\text{وارون}} \frac{1}{x}\in(\frac{1}{3},\frac{1}{2}]$

۳۲

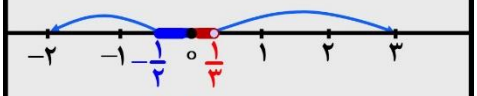
وارون کردن بازه



$x\in[-4,-2) \xrightarrow{\text{وارون}} \frac{1}{x}\in(-\frac{1}{2},-\frac{1}{4}]$

۳۳

وارون کردن بازه



$x\in[-\frac{۱}{۲},\frac{۱}{۳})$ وارون $\frac{۱}{x}\in(-\infty,-۲]\cup(۳,+\infty)$

۳۴

مثال: مجموعه جواب نامعادله $-۲\leq\frac{۱}{x-۲}<۳$ ؟

۳۵

مثال: اگر $-۲\leq x<+۱$ باشد $[x^۲]$ چند مقدار متمایز دارد؟

۳۶

مثال: مجموعه جواب نا معادله $-۱\leq\frac{۲}{[x]}$ را بیابید ؟

۳۷

مثال: دامنه ی تابع $f(x)=\sqrt{\frac{۱}{[|x|]}}$ را بیابید ؟

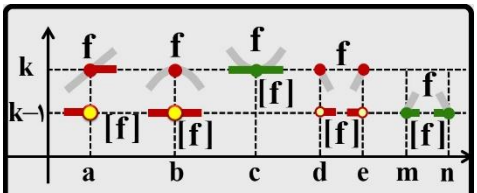
۳۸

مثال: مجموعه جواب معادله $\left[\frac{x+۲}{x}\right]=۲$ را بیابید.

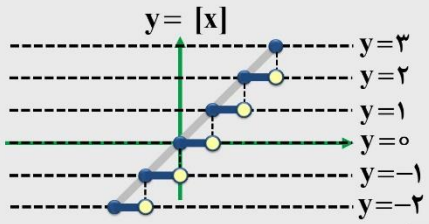
۳۹

نمودار توابع جزء صحیح

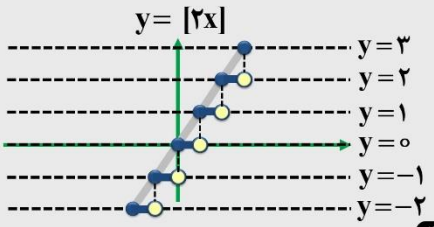
۴۰



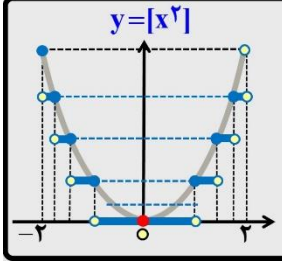
۴۱



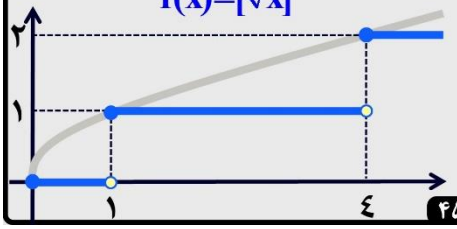
۴۲



۴۳



۴۴



۴۵

شیب شناس شوید !!!

$y=[x]$	$y=x+[x]$
$y=[۲x]$	$y=۲x-[\frac{x}{۲}]$
$y=[\frac{x}{۲}]$	$y=-\frac{۱}{۳}x-[x]$
$y=[\sqrt{x}]$	$y=[x].x$
$y=[x^۲-x]+۱$	$y=[۲x](x+۱)$

۴۶

$y=[x+۱]$

$y=[-۲x+۱]$

$y=[\sqrt{x}-۱]$

$y=[x^۲+۱]$

۴۷

$f(x)=x-[x]$

۴۸

$y=x+[x]$

$y=x-[۲x]$

$y=۲x+[-x]$

۴۹

$y=x[x]$

$y=\frac{۲x}{[x]}$

۵۰

سخ ۸۶: نمودار تابع $y=۲[\frac{x}{۲}]+۱$, $x\in[-۲,۵]$ ازچند پاره خط مساوی هم تشکیل شده است؟

۵۱

مثال: تابع $y=[\frac{x-۱}{۳}]$ در بازه $[۳,۱۴]$ شامل چند پاره خط است ؟

۵۲

مثال: نمودار تابع $f(x)=[\sqrt{x-۱}]$ در بازهٔ $[۲,۸۳)$ از چند پاره خط تشکیل شده است؟

۵۳

مثال: مساحت محصور بین نمودار $y=-x[-x]$ و محور xها در بازه $[۰,۲)$ ؟

۵۴

مثال: نمودار تابع $f(x)=[x]-|x-1|$ در بازه $[0,2)$ از چند پاره خط مساوی تشکیل شده است؟

۵۵

مثال:
معادله $[x]=4x$ چند جواب دارد؟

۵۶

مثال: دامنه تابع $f(x)=\sqrt{[x]-|x|}$؟

۵۷

مثال: تابع $f:=[-2,2]\to[-2,2]$ با ضابطه $f(x)=[x]$ چگونه است؟

۱) نزولی-یک به یک

۲) نزولی-غیر یک به یک

۳) صعودی-غیر یک به یک

۴) صعودی-یک به یک

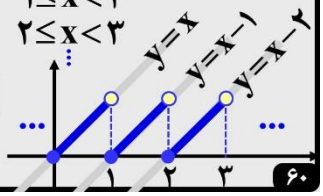
۵۸

مثال: با توجه به نمودار زیر، مجموعه جواب نامعادلهٔ $[f(x)]\le 0$ را بیابید.

۵۹

$$y=\begin{cases}x & 0\le x<1\\ x-1 & 1\le x<2\\ x-2 & 2\le x<3\end{cases}$$

$y=x-[x]$



۶۰

رسم سریع: $f(x)=x-[x]$

۶۱

$y=[x]+[-x]$

۶۲

$y=(-1)^{[x]}$

۶۳

تابع یک به یک و وارون

۱ مفهوم تابع و ... ✓ ۵ تابع یک به یک و وارون یک تابع
۲ دامنه و برد توابع ۶ یکنوایی توابع
۳ انواع تابع ۷ اعمال جبری روی توابع
۴ تساوی دو تابع ۸ ترکیب توابع

ریاضی کنکور — حرف آخر

۱

مثال اگر تابع f یک به یک باشد، حاصل $a-b$ کدام است؟

$f=\{(1,-2),(a,2),(b,-2),(1,a^2-3a)\}$

۱) ۱ ۲) -1 ۳) $1\vee 2$ ۴) $1\vee -1$

۴

مثال چند تابع از مجموعهٔ $A=\{a,b,c\}$ به مجموعهٔ $B=\{d,e,f,g\}$ می‌توان ساخت به طوری که تعداد اعضای دامنه و برد آن برابر باشند؟

۱) ۱۲ ۲) ۲۴ ۳) ۲۷ ۴) ۶۴

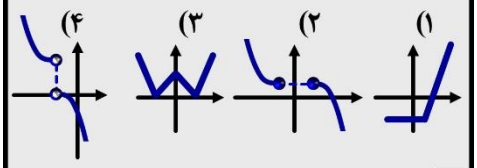
۵

مثال تابع $y=2x^2-12x+5$ بر بازهٔ $[a,+\infty)$ یک به یک است. حداقل مقدار a کدام است؟

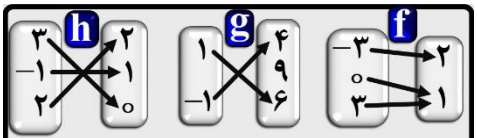
۱) ۲ ۲) ۳ ۳) -3 ۴) -2

۶

مثال کدام نمودار معرف تابعی یک به یک است؟



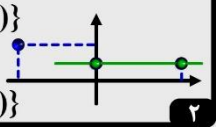
۳



$h=\{(3,0),(-1,1),(2,2)\}$

$g=\{(1,6),(-1,4)\}$

$f=\{(-3,2),(0,1),(3,1)\}$



۲

مثال به ازای کدام مجموعه مقادیر a تابع $y=|3x+a|$ در بازهٔ $[-1,2]$ یک به یک است؟

۱) $R-[-6,3]$
۲) $[-6,3]$
۳) $R-(-6,3)$
۴) $[-1,\frac{1}{3}]$

۷

مثال چه تعداد از توابع زیر بیانگر تابعی یک به یک هستند؟

$y=\frac{1}{|x|}$ $\quad y=x|x|$ $\quad y=\frac{|x|}{x}$ $\quad y=x[x]$

$y=\begin{cases}\sqrt{x} & x\geq 0\\ 1+x & x<0\end{cases}$

۱) ۱
۲) ۳
۳) ۵
۴) صفر

۸

$f=\{(3,0),(-1,1),(2,2)\}$

$f^{-1}=\{(0,3),(1,-1),(2,2)\}$

$(a,b)\in f \Leftrightarrow (b,a)\in f^{-1}$

$D_f=R_{f^{-1}}\ ,\ D_{f^{-1}}=R_f$

۹

مثال اگر در تابع خطی f، داشته باشیم: $f^{-1}(-5)=-1$، $f(2)=4$، حاصل $f^{-1}(3+f(4))$ کدام است؟

۱) -5 ۲) $-\frac{11}{3}$ ۳) -3 ۴) $-4/5$

۱۰

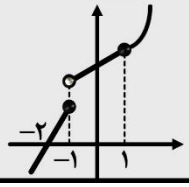
مثال اگر تابع f وارون پذیر باشد، مقدار ab کدام است؟

$f=\{(2,3a),(2,a-4),(a,2),(\frac{b}{2},a^2-10)\}$

۱) -2
۲) -4
۳) -6
۴) -8

۱۱

مثال اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، کدام یک از بازه‌های زیر در برد وارون تابع $g(x)=\sqrt{f(x)}$ قرار ندارند؟



۱) $[2,6]$
۲) $(-1,0]$
۳) $[-2,-1)$
۴) $(-4,-2)$

۱۲

مثال $f(x)=|2x-6|-|x+4|+x \ : \ x\in[-4,3)$

$y=ax+b \ : \ a\neq 0$

۱۳

مثال $f(x)=2x+|2x+1|$

۱۴

مثال تابع با ضابطهٔ زیر در کدام بازه معکوس پذیر است؟

$y=|x-1|-|x+3|$

۱) $(-\infty,1]$
۲) $[-3,+\infty)$
۳) R
۴) $[-3,1]$

۱۵

مثال تابع خطی f، محورهای مختصات را در نقطهٔ A به طول ۳ و در نقطهٔ B به عرض ۴ قطع می‌کند. دامنهٔ تعریف تابع با ضابطهٔ $y=\sqrt{x f^{-1}(x)}$ زیر کدام است؟

۱) $[0,3]$
۲) $[3,4]$
۳) $[0,4]$
۴) $[\frac{1}{4},\frac{3}{4}]$

۱۶

مثال نمودار خط $2x+ay=5$ نسبت به نیمساز ناحیهٔ اول و سوم متقارن است. a کدام است؟

۱) ۲ ۲) -2 ۳) ۳ ۴) -3

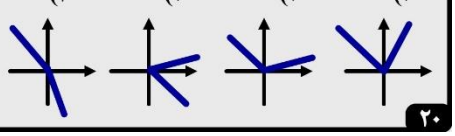
۱۷

د ۹۸ اگر $x\geq 1 \ : \ f(x)=x^2-2x-3$ باشد، نمودارهای دو تابع f^{-1} و $g(x)=\frac{x-9}{2}$ با کدام طول، متقاطع هستند؟

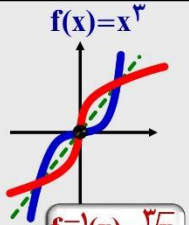
۱) ۱۲
۲) ۱۵
۳) ۱۸
۴) ۲۱

۱۸

مثال نمودار معکوس تابع $f(x)=2x+|3x|$ کدام است؟

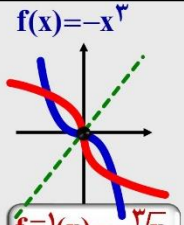


۲۰



$f(x)=x^3$

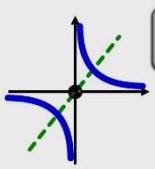
$f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x}$



$f(x)=-x^3$

$f^{-1}(x)=-\sqrt[3]{x}$

۱۹



$f(x)=\frac{ax+b}{cx+d} \ : \ ad-bc\neq 0$

$f^{-1}(x)=\frac{-dx+b}{cx-a}$

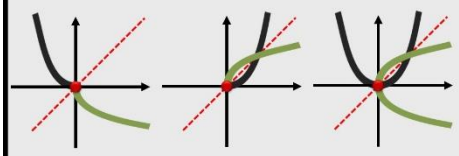
$f(x)=\frac{1}{x}=f^{-1}(x)$

؟ $f(x)=\frac{2x+5}{3x-4}$

۲۱

معکوس تابع

۲۲



۲۳

سخ۹۵: تابع با ضابطهٔ $f(x)=|x^3|$ با دامنهٔ $\mathbb{R}$، چگونه است؟

۱) نزولی

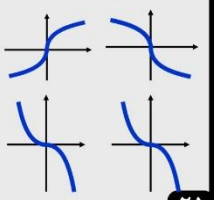
۲) صعودی

۳) وارون ناپذیر

۴) یک به یک

۲۴

سد۹۵: اگر $f(x)=x|x|$ باشد، نمودار تابع $y=f^{-1}(x)$ کدام است؟



۲۵

سد۹۶: ضابطهٔ وارون تابع کدام است؟

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x} & x\geq 0\\ -\sqrt{-x} & x<0\end{cases}$$

۱) $-x^2$

۲) x^2

۳) $x|x|$

۴) $-x|x|$

۲۶

س۹۱: ضابطهٔ وارون تابع مقابل کدام است؟ $y=\begin{cases}\sqrt{x} & x\geq 0\\ -\sqrt{-x} & x<0\end{cases}$

$y=x|x|\ ,\ x\in\mathbb{R}$

$y=\pm x^2\ ,\ x\in\mathbb{R}$

$y=\pm x|x|\ ,\ x\in\mathbb{R}$

$y=-x^2\ ,\ x<0$

۲۷

س۹۲: ضابطه معکوس تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{|x|}{x}\sqrt{|x|} & x\neq 0\\ 0 & x=0\end{cases}$ مقابل به کدام صورت است؟

$x\sqrt{|x|}\ ,\ x\in R$

$x\sqrt{|x|}\ ,\ x\in R-\{0\}$

$x|x|\ ,\ x\in R-\{0\}$

$x|x|\ ,\ x\in R$

۲۸

سراسری۹۲: تابع $f(x)=x^2+2x+1$ با دامنه $(-1,+\infty)$ مفروض است. نمودار های دو تابع f,f^{-1} در چند نقطه متقاطع هستند؟

۲۹

سخ۹۲: تابع $f(x)=2x-|4-2x|$ در بازه ای وارون پذیر است. ضابطه $f^{-1}(x)$ در آن بازه کدام است؟

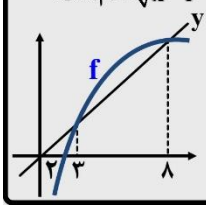
۳۲

سراسری۹۱: در تابع $f(x)=\frac{|x|}{x}\sqrt{1-x^2}\ ,\ x^2\neq 1$ و $f(0)=0$، ضابطه ی تابع وارون آن برابر کدام است؟

$f(x)$ $\quad -f(x)$ $\quad x.f(x)$ $\quad -x.f(x)$

۳۰

سد۹۴: شکل روبه رو، نمودار تابع $y=f(x)$ و نیمساز ناحیهٔ اول و سوم است. دامنه تابع $\sqrt{x-f^{-1}(x)}$ کدام است؟



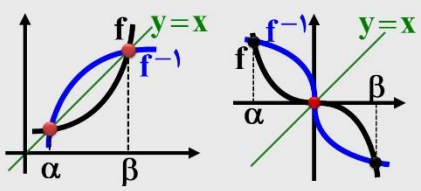
$(0,2]$

$[2,3]$

$[2,8]$

$[3,8]$

۳۱



$f(x)=x=f^{-1}(x)$

۳۳

مثال: معکوس تابع $y=\frac{2x-1}{x-2}$ خط $y=x$ را در چند نقطه قطع می کند؟

۳۵

سد۸۶: تابع $y=\frac{1}{x-1}$ و وارونش در چند نقطه برخورد دارند؟

۳۶

سخ۸۸: اگر $f(x)=x^3-3x\ ,\ x\geq 1$ نمودارهای دو تابع f و f^{-1} با کدام طول متقاطع اند؟

۳۴

مثال: اگر تابع $y=x^3+ax^2+a-3$ معکوس پذیر باشد منحنی معکوس آن از کدام نقطه می گذرد؟

$(2,5)$ $\quad (1,0)$ $\quad (0,1)$ $\quad (5,2)$

۳۷

ضابطه ی وارون توابع

$f(x)=\frac{ax}{b+|x|}$

$f(x)=\frac{ax}{\sqrt{b+x^2}}$

۳۸

مثال: اگر $f(x)=\frac{2x}{\sqrt{9+x^2}}$، ضابطه تابع $f^{-1}(x)$ را بیابید.

۳۹

مثال: اگر $f(x)=\frac{2x}{9+|x|}$، ضابطه تابع $f^{-1}(x)$ را بیابید.

۴۰

س۹۱: ضابطه وارون تابع $y=\frac{x}{1+|x|}$ کدام است؟

۱) $y=\frac{x}{1-|x|}\ ,\ |x|<1$

۲) $y=\frac{1-|x|}{|x|}\ ,\ |x|>1$

۳) $y=\frac{x}{1-|x|}\ ,\ |x|>1$

۴) $y=\frac{|x|-1}{x}\ ,\ |x|<1$

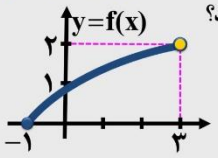
۴۱

$f^{-1}(f(x))=x\ :\ D=D_f$

$f(f^{-1}(x))=x\ :\ D=D_{f^{-1}}$

۴۲

مثال: با توجه به نمودار f دامنه توابع $y=f(f^{-1}(x))$ و $y=f^{-1}(f(x))$ را بیابید؟



۴۳

مثال: اگر f معکوس پذیر و $D_f=[0,2]$, $R_f=[-1,3]$ آنگاه ضابطه ودامنه توابع زیر را بیابید؟

$y=f(f^{-1}(2x-3))$ $y=f^{-1}(f(2x-3))$

۴۴

س ۹۲: اگر $f(x)=\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ و $g(x)=\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

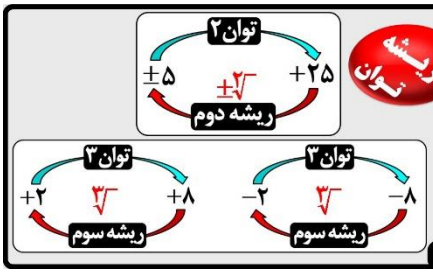
حاصل $f'(x).g'(f(x))$ را بیابید.

۴۵

ریشه و توان
معادلات و نامعادلات نمایی

۱

ریشه و توان



۲

ریشه

$\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$ $a>0$

$5\to()^4\to5^4$

$5^{\frac{4}{4}}\leftarrow\sqrt[4]{\ }\leftarrow5^4$

$\sqrt[4]{5\times5\times5\times5}=$ $\sqrt[3]{5\times5\times5}=$

- $\sqrt[2]{5\times5}\times\sqrt[2]{5\times5}=$ $\sqrt[3]{5^7}=$
- $\sqrt[2]{5\times5}\times5=$ $\sqrt[4]{5^6}=$
- $\sqrt[3]{5\times5\times5}\times5=$ $\sqrt[4]{2^5\times3^4\times5}=$

۳

ریشه

$\sqrt[3]{54}=$ $\sqrt[3]{16}=$

$\sqrt[4]{48}=$ $\sqrt[5]{64}=$

$\sqrt[3]{2^6\times3^4\times5}=$ $\sqrt[2]{8}=$

$\sqrt[6]{27}=$ $\sqrt[2]{12}=$

$\sqrt[2]{125}=$

۴

رابطهٔ خوب

$m\times n: 3\times5$

$m+n: 3+5$

رابطهٔ بد

جایگاه خوب

جایگاه بد

$a^{m.n}=$

$a^{m+n}=$

$(m.n)^a=$

$(m+n)^a=$

۵

توان

بخش ۱

$2^{2\times3}=$

$a^{m.n}=(a^m)^n=(a^n)^m$

$2^{12}=$

$a^{\frac{m}{n}}=(a^m)^{\frac{1}{n}}=(a^{\frac{1}{n}})^m$

$4^{\frac{3}{2}}=$

۶

توان

خوب بد زشت

$7^{2+3}=$

$a^{m+n}=a^m\times a^n$ $a^{m-n}=a^m\times a^{-n}$

$(2\times3)^4=$

$(\frac{2}{3})^4=$

$(a.b)^n=a^n\times b^n$ $(\frac{a}{b})^n=\frac{a^n}{b^n}$

۷

توان

عکس

$\frac{4^5}{4^2}=$

$a^{m-n}=a^m\times a^{-n}=\frac{a^m}{a^n}$ $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$ $a\neq0$

$\frac{4^2}{4^3}=$ $(\frac{2}{5})^{-1}=$ $a^{-1}=\frac{1}{a}$ $a\neq0$

$2^{-12}=$ $4^8=(4^{2^3})^3=4^6$

۸

سخ۹۸: اگر $A=\sqrt[5]{9\sqrt{3}}(12)^{-1/5}$ باشد، حاصل $(1+A^{-1})^{\frac{1}{2}}$ کدام است؟

۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۶

۱۰

سد۹۳: حاصل $A=(\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{2+\sqrt{3}}).\sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{3}$ ۲) ۲ ۳) $1+\sqrt{3}$ ۴) $2\sqrt{3}$

۱۱

توجه:

$(2+\sqrt{3})=$

$(4+\sqrt{15})=$

$(a+\sqrt{a^2-1})=$

۱۲

سد۹۸: اگر $A=\sqrt[5]{4\sqrt[3]{16}}(\frac{1}{2})^{-\frac{4}{3}}$، حاصل $(2A)^{-\frac{1}{3}}$ کدام است؟

۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۵ ۳) ۰/۷۵ ۴) ۱

۹

سخ۹۳: حاصل عبارت $\sqrt[3]{\sqrt{2}}\times(2+\sqrt{3})^{\frac{4}{3}}(2-\sqrt{3})^{\frac{3}{2}}$ به صورت $\sqrt[3]{A}$ می باشد، A کدام است؟

۱) $-\sqrt{3}$ ۲) $\sqrt{3}$ ۳) ۲ ۴) $\sqrt{3}+1$

۱۳

سد۹۵: اگر $\alpha=\sqrt[4]{3\sqrt{2}-4}$ و $\beta=\sqrt[4]{3\sqrt{2}+4}$ باشند، حاصل عبارت زیر کدام است؟

$(\alpha^2+\beta^2-\alpha\beta)(\alpha^2+\beta^2+\alpha\beta)$

۱) ۶
۲) ۸
۳) $6\sqrt{2}$
۴) $7\sqrt{2}$

۱۴

سخ۹۵: حاصل $\sqrt[6]{12}\times\sqrt[4]{54}\times\sqrt[3]{2\times\sqrt[4]{6}}$ کدام است؟

۱) $6\sqrt[6]{2}$ ۲) $3\sqrt[6]{32}$ ۳) $2\sqrt[3]{9}$ ۴) ۶

۱۵

سخ۹۸: نمودار یک تابع به فرم $f(x)=(\frac{1}{2})^{Ax+B}-2$ ، نمودار تابع $y=x^2-x$ را در دو نقطه به طول های ۱ و ۲ قطع می کند. f(3) کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۱۶

سد۹۸: نمودار یک تابع به صورت $f(x)=3^{Ax+B}$ ، نمودار تابع $y=x^2$ را در دو نقطه به طول های ۱ و ۳ قطع می کند. عرض نقطهٔ تلاقی تابع f با محور y ها، کدام است؟

۱) $\frac{1}{27}$ ۲) $\frac{1}{9}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\sqrt{3}$

۱۷

مثال: اگر $3^{-x}=60$ آن‌گاه $[x]$ کدام است؟ ([ ]: جزء صحیح)

۱) ۳− ۲) ۴− ۳) ۵− ۴) ۶−

۱۸

لـگاریتم و روابـط آن

۱۹

لگاریتم = قفل

$a = b^{c}$

$\log_b^a = c$

۲۰

$\log_b^a = c \Rightarrow a = b^c$

$c = \log_b^a \Rightarrow a = b^c$

$a = b^c \Rightarrow \log_b^a = c$

$b^c = a \Rightarrow c = \log_b^a$

۲۱

مثال:

$\log_{10}^{x} = ۳$

$\log_{x}^{۱۲۵} = ۳$

$\log_{۲}^{۳۲} = x$

$\log_{۱۶}^{x} = \frac{۳}{۲}$

$\log_a^a = ۱$ و $\log_a^۱ = ۰$

۲۲

$\log_a^x = \log_a^x \rightarrow$

$a^x = a^x \rightarrow$

۲۳

مثال: حاصل عبارات زیر را بیابید.

a) $۸۱^{\log_۳^{\sqrt[۴]{۳}}}$

b) $a^{x\log_a^b} \times b^{x\log_b^a}$

c) $\log_{x^۳\sqrt{x}}^{\sqrt[۳]{x^۲\sqrt{x}}}$

۲۴

مثال: حاصل عبارات زیر کدام است؟

$\log_{۰/۲}^{۶۲۵} =$

$\log_{\sqrt[۳]{۱۶}}^{\sqrt[۴]{۸}} =$

$۱۶^{\log_۴^{\sqrt{۵}}} =$

$\sqrt{۴^{(۱+\log_{\sqrt{۲}}^{\frac{۱}{۳}})}} =$

۲۵

مثال: حاصل عبارات زیر کدام است؟

$\log_{۰/۵}^{a^۲} + \log_{\sqrt{۲}}^{a} =$

$|\log_{۰/۵}^{۸}| + \log_{۸}^{\sin\frac{\pi}{۴}} =$

۲۶

مثال: اگر $\log_۵^۲ = a$ باشد، $\log_{۲۰}^{۸}$ برحسب a چیست؟

۱) $\frac{۴a-۱}{۳a-۲}$

۲) $\frac{۳a+۲}{۴a+۱}$

۳) $\frac{۴a+۱}{۳a+۲}$

۴) $\frac{۴a+۲}{۳a+۱}$

۲۷

مثال: حاصل عبارات زیر کدام است؟

$\log_{۲}^{۴\sqrt{۵}} - ۲\log_{۴}^{۲\sqrt{۱۰}} =$

۲۹

۱) $\log_a^{x.y} = \log_a^x + \log_a^y$

۲) $\log_a^{\frac{x}{y}} = \log_a^x - \log_a^y$

مثال:

$x = ۱۰^{(\frac{۱}{۲}\log ۱۵ - \log ۳)} \rightarrow$

۲۸

آیا درسته؟

$\log_{ab}^{a} = ۱ - \log_{ab}^{b}$ ۳

مثال:

$\log_{۱۰}^{۲} =$

$\log_{۲۱}^{۷} =$

۳۰

مثال: اگر $\log_a^x = ۰$ ، $۲\log_b^x - \log_a^{\sqrt[۳]{x}} = ۰$ ، آنگاه کدام رابطه بین a و b همواره برقرار است؟ $(a, b \neq ۱, a, b > ۰)$

۱) $a^۳ = \sqrt[۳]{b}$

۲) $a^۳ = \sqrt{b}$

۳) $\sqrt[۳]{a} = b^۲$

۴) $b = a^۲$

۳۲

آیا درسته؟

$\log_y^x = \log_{y^n}^{x^n} = \log_{\sqrt[n]{y}}^{\sqrt[n]{x}} = \log_{\frac{۱}{y}}^{\frac{۱}{x}}$

$\log_y^x = \log_{\frac{۱}{\sqrt[n]{y^m}}}^{\frac{۱}{\sqrt[n]{x^m}}}$

۳۱

۴) $\log_b^a . \log_c^b = \log_c^a$

$\log_b^a . \log_a^b = ۱$

$\log_b^a = \frac{\log_c^a}{\log_c^b}$ $\log_b^a = \frac{۱}{\log_a^b}$

۳۳

مثال: اگر $\log_۳^۶ = k$، آن‌گاه $\log_۸^{۳\sqrt{۳}}$ برابر کدام است؟

۳۴

مثال: $\log x = a$ ، $\log_{\sqrt{۱۰}}^{y} = ۲b$

$\log_{y^۲}^{x^۲} =$

مثال: $\frac{\log \sqrt{۲۴}}{\log \sqrt{۲}} - \frac{\log ۳۶}{\log ۴} = ?$

۳۵

$\log_b^{a^۲} = A$

$\log_{ab}^{a} =$

۳۶

به‌توان رساندن $\log \frac{x}{y} = \log \frac{x^n}{y^n}$

ریشه گرفتن $\log \frac{x}{y} = \log \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}$

۳۷

وارون کردن $\log \frac{x}{y} = \log \frac{\frac{۱}{x}}{\frac{۱}{y}}$

تزریق مبنا $\log \frac{x}{y} = \frac{\log \frac{x}{z}}{\log \frac{y}{z}}$

۳۸

حذف مبنا $\frac{\log \frac{x}{z}}{\log \frac{y}{z}} = \log \frac{x}{y}$

جابه‌جایی مبنا و ورودی $\log \frac{x}{y} = \frac{۱}{\log \frac{y}{x}}$

۳۹

سخ۹۰: اگر $\log ۵ = ۳k$ باشد، $\log \sqrt[۳]{۱/۶}$ کدام است؟

۴۰

سد۹۰: اگر $\log ۲ = k$ باشد حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\log(۶-۲\sqrt{۵}) + ۲\log(۱+\sqrt{۵})$$

۴۱

سخ ۸۸: اگر a و b ریشه های معادله $x^۲ - ۱۰x + ۰/۱ = ۰$ باشند، حاصل $\log a + \log b - \log(a+b)$ کدام است؟

۴۲

سد ۸۸: اگر $۲\sqrt{۲} = ۴^a$ ، لگاریتم $(۴a+۱)$ در پایه ۴ کدام است؟

۴۳

سد ۸۷: اگر لگاریتم a در پایه $\sqrt{۳}$ برابر با $\frac{۴}{۳}$ باشد، آنگاه لگاریتم $(a^۳+۷)$ در پایه ۸ کدام است؟

۴۴

سد۸۶: اگر $\log(۸۱)^k = \log \sqrt[۴]{۳} + \log ۳$ آنگاه لگاریتم $\frac{۵}{k}$ در پایه ۲ کدام است؟

۴۵

سخ ۸۶: اگر $\log_{۲}^{۱۲} = \alpha$ باشد، عدد $۴^{\alpha-۲}$ کدام است؟

۴۶

مثال: اگر $\log_{b}^{a} = ۲$ باشد و $۳a+۲b=۱$ آنگاه $\log_{۸}^{۹b+۱}$ کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

۴۷

سد۹۸: اگر $(\frac{۱۲۵}{۸})^{x^۲} = (۰/۴)^{۲x-۱}$ باشد، $\log_{۸}^{۹x+۱}$ کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

۴۸

سخ۹۸: اگر $۳^{x^۲-۲} = ۸۱^x$ باشد، $\log_{۶}^{(x-۲)}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۴۹

مثال: اگر $\log ۷ = k$ و $\log ۱۳ = n$ آن‌گاه حاصل $\log_{۱۳}^{\sqrt{۹/۱}}$ کدام است؟

۵۰

مثال: با معلوم بودن مقدار عددی $\log ۲$ ، حاصل عددی کدام یک از عبارت‌های زیر قابل محاسبه نیست؟

۱) $\log ۴۰$

۲) $\log ۳/۱۲۵$

۳) $\log ۰/۷۵$

۴) $\log ۲۵$

۵۱

مثال: اگر $\log \sqrt{۵} = a$ ، آن‌گاه حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$۲\log(۳+\sqrt{۷})^۲ + \log(۱۶-۶\sqrt{۷})$$

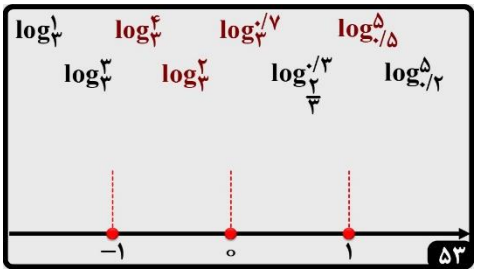
۱) $۲a-۱$

۲) $۴a-۱$

۳) $۴-۲a$

۴) $۲-۴a$

۵۲



۵۳

مثال: بیش‌ترین مقدار عبارت $(\log_{۹}^{۴})^{۲\sin x+۱}$ کدام است؟

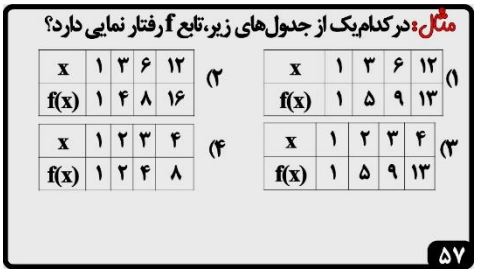
۱) $\log_{۴}^{۹}$

۲) $\log_{۹}^{۴}$

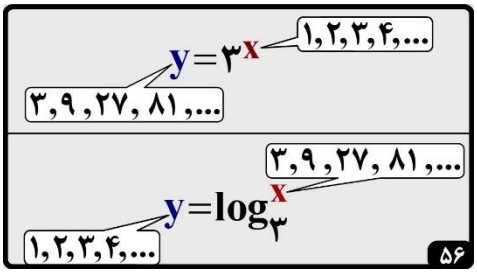
۳) $(\log_{۹}^{۴})^۳$

۴) $(\log_{۴}^{۹})^۳$

۵۴



۵۵



۵۶

مثال: در کدام یک از جدول‌های زیر، تابع f رفتار نمایی دارد؟

۱)

x	۱	۳	۶	۱۲
f(x)	۱	۵	۹	۱۳

۲)

x	۱	۳	۶	۱۲
f(x)	۱	۴	۸	۱۶

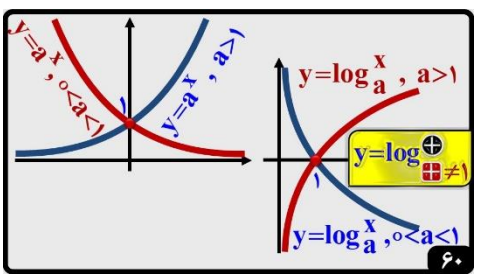
۳)

x	۱	۲	۳	۴
f(x)	۱	۵	۹	۱۳

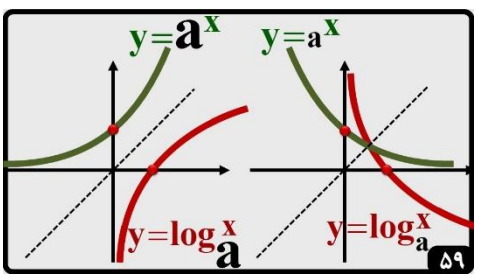
۴)

x	۱	۲	۳	۴
f(x)	۱	۲	۴	۸

۵۷



۵۸



۵۹

۶۰

مثال: معادله $a^x = 2x+2$ با شرط $a>0$, $a\neq 1$ چند ریشه دارد؟

۱) فقط ۱ ریشه

۲) حداکثر ۱ ریشه

۳) حداقل ۱ ریشه

۴) فاقد ریشه

۶۱

مثال: معادله $x^2 = 2^x$ چند جواب دارد؟

۶۲

مثال: اگر $f(x)=3^x$، آنگاه دامنه تابع $y=\sqrt{x-f^{-1}(x)}$ کدام است؟

۱) R

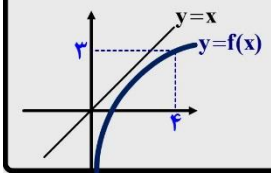
۲) $(1,+\infty)$

۳) $(0,+\infty)$

۴) $\varnothing$

۶۳

مثال: نمودار تابع f داده شده، دامنهٔ تابع $y=\sqrt{f^{-1}(x)-4}$ کدام است؟



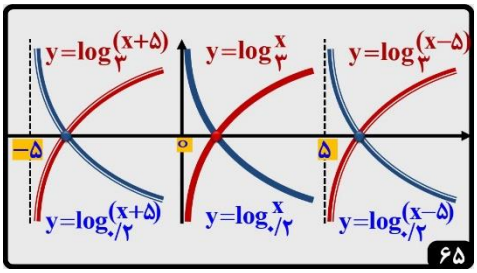
۱) $[2,+\infty)$

۲) $[3,+\infty)$

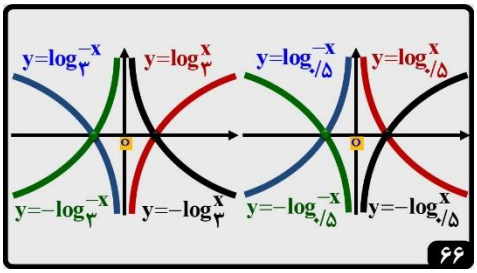
۳) $[4,+\infty)$

۴) $[2,4]$

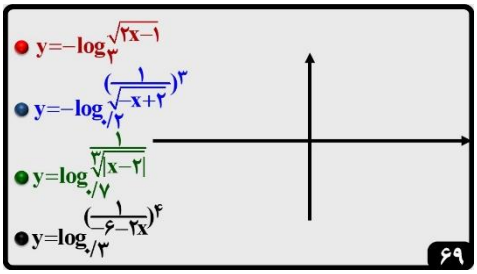
۶۴



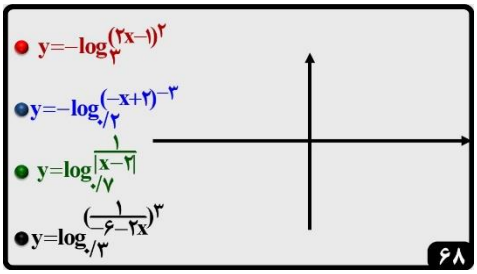
۶۵



۶۶



۶۷



۶۸

۶۹

سخ۶۹: نمودار توابع $f(x)=\log_2 \frac{1}{x}$ و $g(x)=\log_{\frac{1}{2}} x$ نسبت به هم چگونه اند؟

۱) $f(x)$ بالاتر

۲) $g(x)$ بالاتر

۳) منطبق اند

۴) فقط در یک نقطه متقاطع

۷۱

مثال: نمودار دو تابع با ضابطه‌های $f(x)=\log_5^{x^2}$ و $g(x)=2\log_5^x$ نسبت به هم چگونه‌اند؟

۱) f بخشی از g است.

۲) g بخشی از f است.

۳) فقط در یک نقطه متقاطع‌اند.

۴) کاملاً یکسان‌اند.

۷۰

مثال: نمودار وارون تابع $f(x)=1-\log_2^{(x+2)}$ از کدام نواحی دستگاه مختصات عبور نمی کند؟

۱) فقط ۱

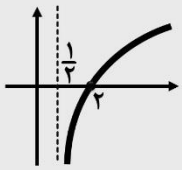
۲) فقط ۳

۳) ۱,۳

۴) فقط ۲

۷۲

سخ۶۹: شکل زیر، نمودار تابع $y=-1+\log_b(2x+a)$ است. این منحنی خط $y=1$ را با کدام طول، قطع می کند؟



۱) ۴

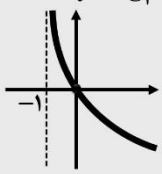
۲) ۵

۳) ۶

۴) ۷

۷۴

سخ۶۹: شکل روبه رو، نمودار تابع $y=\log_2^{U(x)}$ است. $U(x)$ کدام است؟



۱) $x+1$

۲) $(x+1)^{-1}$

۳) $x-1$

۴) $1-x$

۷۳

مثال: نمودار وارون تابع $f(x)=3-\log_2^{(x+2)}$ محورهای مختصات را در نقاط A و B قطع می‌کند.طول AB کدام است؟

۱) $2\sqrt{5}$ ۲) $3\sqrt{5}$ ۳) $2\sqrt{10}$ ۴) $3\sqrt{10}$

۷۵

مثال: نمودار کدام یک از توابع زیرخط نیمساز ربع دوم را در نقطه ای به طول ۲- قطع نمی کند؟

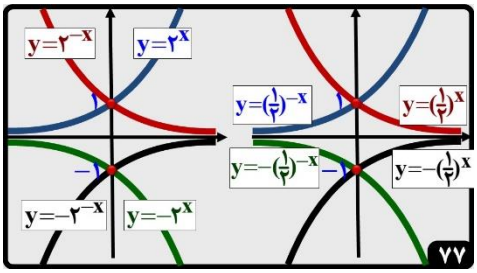
۱) $y=-\log_{0.5}^{-2x}$

۲) $y=2\log_{x^2}^{|2x|}$

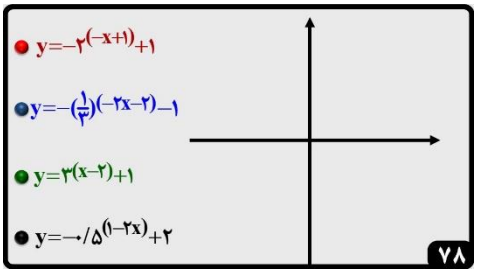
۳) $y=\log_4^{|x|}$

۴) $y=\log_2^{(-2x)}$

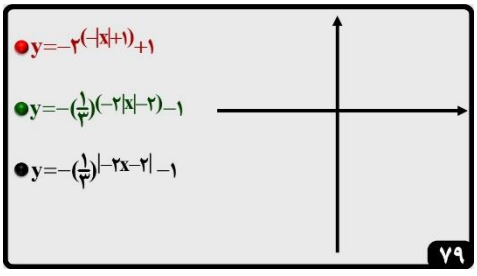
۷۶



۷۷



۷۸



۷۹

$y=\bigcirc \log_{\bigcirc}^{(mx+h)}$

$y=\bigcirc^{(mx+h)}+\blacksquare$

۸۰

معادلات و نامعادلات لگاریتمی

۸۱

دامنهٔ تابع لگاریتمی:

$$y=\log_{g(x)}^{f(x)}$$

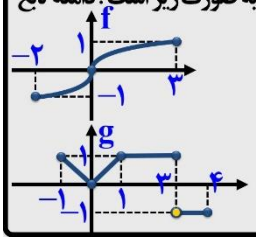
$$D=\{x \mid f(x)>0\ ,\ g(x)>0\ ,\ g(x)\neq 1\}$$

۸۲

مثال: دامنه تابع $f(x)=\log_{(x^2-1)}^{(9-x^2)}$ را بیابید.

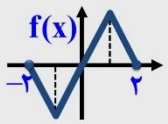
۸۳

تألیفی: نمودار توابع f و g به صورت زیر است. دامنه تابع $\frac{\sqrt{f}}{\log(g)}$ را بیابید.



۸۴

تألیفی: با توجه به نمودار f، دامنه تابع $y=\log f(-2x+1)$ را بیابید.



۸۵

سخ ۹۴: تابع f فقط برای مقادیر $x\in(-\frac{1}{2},+\infty)$ با معنی است، اگر $f(4)=2$ باشد، آنگاه $f(-\frac{4}{9})$ کدام است؟

$f(x)=\log_{3}^{(ax+b)}$

۱) -2 ۲) -1 ۳) $0/5$ ۴) ۱

۸۶

سخ ۹۴: نمودار f محور xها را در نقطه ای به طول ۱- و نیمساز ناحیهٔ ۴ را در نقطه ای به عرض ۱- قطع کرده. b کدام است؟

$f(x)=\log_{0/5}^{(ax+b)}$

۱) $\frac{3}{2}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{5}{2}$ ۴) ۳

۸۷

$\log_{\bigcirc}\bigcirc=\log_{a}\triangle \rightarrow \bigcirc=\triangle$

$\log_{a}\bigcirc=b \rightarrow \bigcirc=a^{b}$

۸۸

مثال: نمودار تابع با ضابطه $y=(\log x)^2-\log x^2-3$ محور طول ها را با کدام طول می تواند قطع کند؟

۱) ۰/۰۱
۲) ۰/۱
۳) ۱۰
۴) ۱۰۰

۸۹

مثال: اگر $\log_{x^2}(2x-1)^2=1$ آنگاه حاصل $\log_{16}^{(3x+1)}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{1}{2}$

۹۰

مثال: مجموع جواب‌های معادله $9x=x^{\log x}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{28}{9}$ ۳) $\frac{28}{3}$ ۴) $\frac{56}{3}$

۹۱

مثال: ازمعادلات $(\sqrt{3})^{2x}\times(3)^{2y}=81$ و $\log x=1+\log y$ مقدار x کدام است؟

۱) $\frac{5}{3}$
۲) $\frac{10}{3}$
۳) ۵
۴) ۱۵

۹۲

مثال: مجموع مکعبات جواب‌های معادلهٔ زیر کدام است؟

$3\log_{2}^{x}+5=2\log_{x}^{2}$

۱) $\frac{127}{64}$ ۲) $\frac{129}{64}$ ۳) $-\frac{216}{27}$ ۴) $-\frac{129}{27}$

۹۳

مثال: اگر $\log_{\sqrt{5}}^{\frac{25}{x}}=2+\log_{\sqrt{5}}^{(x-4)}$ ، آن‌گاه حاصل $\log_{\sqrt{7}}^{(2x^2-1)}$ کدام است؟ ۱) $\frac{1}{4}$ ۲) ۴ ۳) $-\frac{1}{4}$ ۴) صفر

۹۴

سخ ۸۹: از دو معادله $\log_{2}x=1+\log_{2}(y+1)$ و $x^2-y^2=32$ مقدار لگاریتم $(x+y)$ در پایه ۴ کدام است؟

۹۵

سد ۹۵: از معادله لگاریتمی زیر مقدار لگاریتم $(2x-1)$ در پایه ۸، کدام است؟ $\log_{3}^{(2x^2+1)}-\log_{3}^{(x+2)}=1$

۱) $-\frac{2}{3}$ ۲) $-\frac{1}{2}$
۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{2}{3}$

۹۶

سخ ۹۵: از معادله لگاریتمی زیر مقدار لگاریتم $\sqrt[3]{x+1}$ در پایه ۴ کدام است؟ $\log(x^2-6)-\log(x-3)=\log(2x-5)$

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) ۱

۹۷

سد ۹۶: ازدو معادله دو مجهولی $2^{x-7}\times 4^{x+y}=1$ و $\log y=2\log 3+\log x$ ، مقدار y کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۸

سخ ۹۶: ازدو معادله دو مجهولی $3^{2x+y}=9\times 3^{x-y}$ و $\log(x+2y)=1+\log y$ ، مقدار x کدام است؟

۱) ۱/۲ ۲) ۱/۴ ۳) ۱/۵ ۴) ۱/۶

۹۹

سد ۹۳: از تساوی $\log_{x}5+1=\log_{x}(x^2+4)$ مقدار لگاریتم x در پایه ۲ کدام است؟ ۱) -1 ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) ۲

۱۰۲

سد ۸۹: از دو معادله $\log_{3}x+\log_{3}y=2$ و $x^2+y^2=46$ لگاریتم $(x+y)$ در پایه ۴ کدام است؟

۱۰۰

سخ ۸۷: از معادلات $\log(y-x)+\log(4x+y)=2$ و $\log(y+2)=1$ مقدار x کدام است؟

۱۰۱

سخ ۹۲: از دو معادله $\log(x+1)+\log(2y+x^2)=2$ و $4^x+2^x=72$ مقدار y کدام است؟ ۶ ۷ ۸ ۹

۱۰۳

$\log_a \bigcirc < \log_a \triangle$ ، $a>1$: $\bigcirc < \triangle$ ، $0<a<1$: $\bigcirc > \triangle$

$\log_a \bigcirc < b$ ، $a>1$: $\bigcirc < a^b$ ، $0<a<1$: $\bigcirc > a^b$

۱۰۴

سخ ۸۶: دامنه تابع $f(x)=\sqrt{1-\log(x-1)}$ به کدام صورت است؟

۱۰۵

سد ۹۴: اگر $f(x)=\sqrt{3-x}$ و $g(x)=\log_2(x^2+2x)$ باشند، $D_{fog}=?$

۱) $[-4,2]$
۲) $[-2,0]$
۳) $[-4,-1]\cup(1,2]$
۴) $[-4,-2)\cup(0,2]$

۱۰۶

س ۹۵: دامنه تابع $f(x)=\sqrt{1-\log(x^2-3x)}$ کدام محدوده است؟

۱) $(0,5]$
۲) $[-2,3)$
۳) $[-2,0)\cup(3,5)$
۴) $[-2,0)\cup(3,5]$

۱۰۷

س ۹۵: اگر $f(x)=\sqrt{2-x}$ و $g(x)=\log(x^2-15x)$ D_{fog} کدام است؟

۱) $(0,5]\cup[20,25)$
۲) $[-5,0)\cup(15,20]$
۳) $(15,20]$
۴) $[-5,0)$

۱۰۸

تالیفی: دامنه تابع $f(x)=\sqrt{1-\log(3x-x^2)}$ کدام محدوده است؟

۱) $(0,3]$
۲) $(0,3)$
۳) $[-2,0)\cup(3,5)$
۴) $[-2,0)\cup(3,5]$

۱۰۹

تالیفی: دامنه تابع $f(x)=\sqrt{\log(x^2-3x)-1}$ کدام محدوده است؟

۱) $(0,3]$
۲) $(0,3)$
۳) $(-\infty,-2)\cup(5,+\infty)$
۴) $(-\infty,-2]\cup[5,+\infty)$

۱۱۰

تالیفی: دامنه تابع $f(x)=\sqrt{\log|x-3|-1}$ کدام محدوده است؟

۱) $(-13,7)$
۲) $[-7,13]$
۳) $(-\infty,-13]\cup(7,+\infty)$
۴) $(-\infty,-7]\cup[13,+\infty)$

۱۱۱

تالیفی: دامنه تابع $f(x)=\sqrt{2-\log_2^{(|x-3|-1)}}$ کدام محدوده است؟

۱) $(2,4)$
۲) $[1,5]$
۳) $[-2,2)\cup(4,8]$
۴) $(-3,1]\cup[5,9)$

۱۱۲

تالیفی: دامنه تابع $f(x)=\sqrt{1-\left|\log_3^{(x-1)}\right|}$ بازه (a,b) می باشد. مقدار $a+b$ کدام است؟

۱) $\frac{16}{3}$ ۲) ۵ ۳) $\frac{14}{3}$ ۴) $\frac{13}{3}$

۱۱۳

تالیفی: دامنه تابع $f(x)=\sqrt{1-\log_2^{\left(\frac{x-1}{2x+1}\right)}}$ کدام است؟

۱) $[-1,1)$
۲) $(-2,1]$
۳) $(-\infty,-1]\cup(1,+\infty)$
۴) $(-\infty,-2)\cup[1,+\infty)$

۱۱۴

مثال: دامنه تابع با ضابطه $f(x)=x+\sqrt{\log_{0/75}^{(x-4)}}$ شامل چند عدد طبیعی است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) بی‌شمار

۱۱۵

مثال: مجموعه جواب نامعادله زیر شامل چند عدد صحیح می شود؟

$\log_{(1-x^2)}^{(2x-1)^2}\le 1$

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

۱۱۶

مثال: مجموعه جواب نامعادله $\log_9^{\frac{|x|}{1+x}}>\frac{1}{2}-\log_9^{\frac{9}{x}}$ با مجموعه جواب کدام یک از نامعادلات زیر یکسان است؟

۱) $|x-2|<1$
۲) $0<|x+1|<1$
۳) $|x-1|<1$
۴) $0<|x-1|<1$

۱۱۷

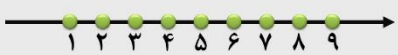
مثال: اگر $2^{-x}<0/001$ و $\log 5\simeq 0/699$، کوچک‌ترین مقدار x با دو رقم اعشار کدام است؟

۱) ۹/۸۹ ۲) ۹/۹۱ ۳) ۹/۹۴ ۴) ۹/۹۷

۱۱۸

کاربرد توابع نمایی و لگاریتمی

۱۱۹



$\log 1/9$ $\log 7/6$ $\log 98/1$
$\log 83/4$ $\log 5674/1$ $\log 9/6$
$\log 135$ $\log 28/654$
$\log 5$
$\log 2$

۱۲۰

$\log 2\times 10^{-3}$
$\log 25\times 10^{-9}$
$10^{2/7}$
$10^{0/1}$
$10^{-2/7}$
$10^{-1/4}$

۱۲۱

$h(x)=ka^x$ $a>0, a\neq 1$

$\log E=11/8+1/5M$

$pH=-\log[H^+]$

$D=10\log\frac{I}{I_0}$

۱۲۲

رشد:

۱۰= سپردهٔ اولیه
۰/۱= نرخ رشد سالانه
=مقدار در انتهای سال اول
=مقدار در انتهای سال دوم
=مقدار در انتهای سال سوم
⋮
=مقدار در انتهای سال t اُم

۱۲۳

مثال: فرض کنید جمعیت شهری ۳۵۰۰۰۰ نفر بوده و نرخ رشد جمعیت ٪۳ باشد. پس از حدود چند سال جمعیت این شهر به ۴۵۵۰۰۰ نفر می رسد؟

$(\log ۱۳ = ۱/۱۱)$
$(\log ۱/۰۳ = ۰/۰۱۲)$

۱۲۴

مثال: اگر جمعیت به طور نمایی، با ضریب ثابت ۲ درصد در سال رشد کند، پس از چه مدت، این جمعیت دو برابر می شود؟

$(\log ۱/۰۲ = ۰/۰۰۸۶, \log ۲ = ۰/۳۰۱)$

۱) ۳۴
۲) ۳۵
۳) ۳۶
۴) ۳۷

۱۲۵

مثال: یک بیماری با ۱۰۰ باکتری شروع می شود و تعداد آن ها پس از t ساعت از رابطهٔ $p(t)=۱۰۰(۲)^{۲t}$ قابل محاسبه است. تعداد باکتری ها در یک توده پس از ۲ ساعت کدام است؟

۱) ۳۲۰۰ ۲) ۱۶۰۰ ۳) ۸۰۰ ۴) ۴۰۰۰

۱۲۶

مثال: قیمت یک ماشین پس از دو سال از ۲۰۰ میلیون تومان به ۳۰۰ میلیون تومان افزایش یافته است. اگر قیمت ماشین از رابطهٔ $p_t = p_0 k^t$ یافت شود، بعد از ۴ سال قیمت ماشین از ۲۰۰ میلیون تومان به چند میلیون تومان می رسد؟

۱) ۳۲۵ ۲) ۴۵۰ ۳) ۴۷۵ ۴) ۳۵۰

۱۲۷

مثال: در یک آزمایش تکثیر سلول، تعداد سلول ها پس از گذشت t ساعت از رابطهٔ $A(t)=ka^t$ به دست می آید. در شروع آزمایش تعداد سلول ها ۴ است و بعد از مدت ۲ ساعت تعداد سلول ها ۳۶ می شود. چند ساعت بعد از شروع آزمایش تعداد سلول های موجود به ۲۹۱۶ خواهد رسید؟

۱) ۶ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۹

۱۲۸

نیمه عمر:

فعالیت: نیمه عمر یک نوع مادهٔ هسته ای حدود ۲۵ سال است. اگر جرم نمونه ای از این ماده، ۲۴ میلی گرم باشد جدول زیر تغییرات جرم نمونه پس از t سال را نشان می دهد.

جرم باقی مانده پس از ۴۰ سال:

t برحسب سال	m(t) جرم برحسب میلی گرم
۰	
۲۵	
۵۰	
۷۵	
۱۰۰	

۱۲۹

مثال: نیمه عمر عنصری چهار روز و جرم اولیهٔ یک نمونه از آن یک گرم است.

الف) جرم $m(t)$ را که پس از t روز باقی می ماند، بیابید.

ب) طی چند روز، این جرم به ۰/۰۱ گرم کاهش می یابد؟

۱۳۰

مثال: نیمه عمر یک مادهٔ هسته ای ۳۰ سال است. نمونه ای از این ماده ۱۲۸ میلی گرم جرم دارد. جرمی که پس از ۳۰۰ سال باقی می ماند چقدر است؟

۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۷۵ ۳) ۰/۱۲۵ ۴) ۰/۱۷۵

۱۳۱

مثال: نیمه عمر یک مادهٔ هسته ای ۲۰۰ سال است. نمونه ای از این ماده ۵۰۰ میلی گرم جرم دارد. پس از گذشت چند سال ۴۶۸/۷۵ میلی گرم از این ماده از بین می رود؟

۱) ۳۱/۶۵ ۲) ۷۵۰ ۳) ۴۳۳/۳۳ ۴) ۸۰۰

۱۳۲

مثال: نوعی باکتری در هر ۱۵ دقیقه، به دو قسمت تقسیم می شود، با گذشت چند دقیقه از ۱۵۰ تا به ۴۸۰۰ تا می رسد؟

۱) ۵۵ ۲) ۶۵ ۳) ۷۵ ۴) ۹۵

۱۳۳

شدت زلزله:

$$\log E = ۱۱/۸ + ۱/۵M$$

میزان انرژی آزاد شده (ارگ) — بزرگی زمین لرزه (ریشتر)

$$E_{(erg)} = (۱۰)^{۱۱/۸ + ۱/۵M}$$

$$۱(erg) = ۱۰^{-۷}(j)$$

$$E_{(j)} = (۱۰)^{۴/۸ + ۱/۵M}$$

۱۳۴

مثال: در ۲۱ آبان ماه سال ۹۶، زلزله ای به بزرگی ۷/۳ در مقیاس ریشتر استان کرمانشاه را لرزاند. میزان انرژی آزاد شده در این زلزله تقریباً چند ارگ است؟ $(\log E = ۱۱/۸ + ۱/۵M)$

۱) $۱۰^{۲۲/۷۵}$ ۲) $۱۰^{۲۰/۳۵}$ ۳) $۲۰/۳۵^{۱۰}$ ۴) $۱۱/۸^{۲۲/۳۵}$

۱۳۵

مثال: می دانیم انرژی آزاد شده برحسب Erg از زلزله ای به بزرگی M ریشتر از رابطهٔ $\log E = ۱۱/۸ + ۱/۵M$ به دست می آید. اگر انرژی آزاد شده ۱۰۲۴×۱۰^{۱۶} Erg باشد، بزرگی این زلزله چند ریشتر بوده است؟ $(\log ۲ \simeq ۰/۳)$

۱) ۵ ۲) ۵/۸ ۳) ۴ ۴) ۴/۸

۱۳۶

مثال: انرژی آزاد شده در یک زلزلهٔ ۷/۵ ریشتری چند برابر انرژی آزاد شده در یک زلزلهٔ ۵/۵ ریشتری است؟

$\log E = ۱۱/۸ + ۱/۵M$

۱) ۱۰
۲) $۱۰^۲$
۳) $۱۰^۳$
۴) $۱۰^۴$

۱۳۷

مثال: انرژی آزاد شده در یک زلزله ۶/۶ ریشتری، ۱۰۰۰ برابر یک زلزلهٔ m ریشتری (بر حسب ارگ) است. m کدام است؟

۱) ۲/۶ ۲) ۳/۶ ۳) ۴/۶ ۴) ۵/۶

۱۳۸

مثال: انرژی آزاد شده در یک زلزله ۶ برابر زلزلهٔ دیگر است. شدت دو زلزله تقریباً چند ریشتر اختلاف دارند؟

$(\log ۲ \simeq ۰/۳, \log ۳ \simeq ۰/۴۸)$

۱) ۰/۵۲ ۲) ۰/۴۹ ۳) ۱/۱۹ ۴) ۱/۷۸

۱۳۹

مثال: اختلاف شدت دو زلزله در مقیاس ریشتر، برابر ۱/۲ می باشد. انرژی زلزلهٔ قوی تر چند برابر دیگری است؟

۱) ۳۲
۲) ۶۴
۳) ۱۶
۴) ۸

۱۴۰

محاسبهٔ pH یک محلول در شیمی:

غلظت یون هیدرونیم (مول بر لیتر)

$$pH = -\log [H^+]$$

میزان اسیدی، خنثی و بازی

۱۴۱

مثال: میزان یون هیدرونیم در غلظت خون یک شخص سیگاری برابر $۶/۲ \times ۱۰^{-۵}$ مول بر لیتر است. pH خون شخص کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۵/۲ ۳) ۴ ۴) ۴/۲

۱۴۲

پایان

۱۴۳

یادداشت

تابع

۱ مفهوم تابع و ...
۲ تابع یک به یک و وارون یک تابع
۳ دامنه و برد توابع
۴ یکنوایی توابع
۵ انواع تابع
۶ اعمال جبری روی توابع
۷ تساوی دو تابع
۸ ترکیب توابع

حرف آخر — ریاضی کنکور

۱

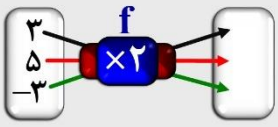
مفاهیم اولیه تابع

$(a,b)=(c,d) \Leftrightarrow a=c \ , \ b=d$

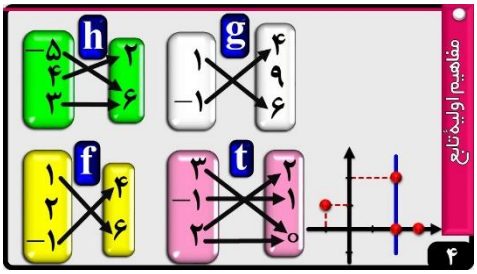
مثال $(۴,-۲y+۵x)=(۲x+y,۴)$

۲

مفاهیم اولیه تابع



۳



مفاهیم اولیه تابع

۴

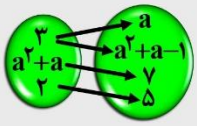
مثال اگر $A=\{-۲,-۱,۰,۱,۲\}$ و $f:A\to B$ باشد، برد تابع f چند عضو متمایز دارد؟ $f(x)=-۲x^۲+۱$

۱) ۵
۲) ۴
۳) ۳
۴) ۲

۵

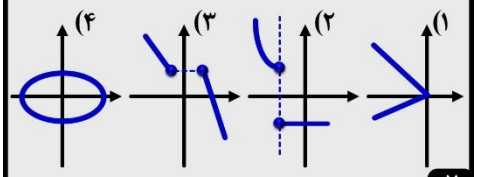
مثال نمودار زیر نمایش یک تابع است. مقدار a کدام است؟

۱) ۱ ۲) −۱ ۳) ±۱ ۴) −۲



۶

مثال کدام نمودار مربوط به یک تابع است؟



۷

مثال اگر رابطهٔ زیر تابع نباشد، مجموع مقادیر ممکن برای a کدام است؟ $f=\{(۱,۳),(-۲,۴),(۴,۵),(a,۳)\}$

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) همواره تابع است.

۸

خ ۸۵ رابطهٔ f به ازای چه مقدار از m، یک تابع است؟ $f=\{(۳,m^۲),(۲,۱),(-۲,m),(۳,m+۲),(m,۴)\}$

۱) −۲ ۲) −۱ ۳) ۲ ۴) هیچ مقدار m

۹

مثال کدام یک از روابط زیر، معرف یک تابع است؟
رابطه ای که به هر :
۱) دانش آموز، دوستان او را نسبت می دهد.
۲) دانش آموز، تعداد دوستان او را نسبت می دهد.
۳) عدد مثبت، ریشه های دوم آن را نسبت می دهد.
۴) فرد، روزنامه های مورد مطالعه اش را نسبت می دهد.

۱۰

مثال کدام یک از روابط زیر، معرف یک تابع نیست؟
رابطه ای که به هر :
۱) شعاع دایره، مساحت دایره را نسبت می دهد.
۲) فرد، وزن آن را در یک زمان معین نسبت می دهد.
۳) عدد، مکعبش را نسبت می دهد.
۴) عدد طبیعی، مقسوم علیه هایش را نسبت می دهد.

۱۱

مثال کدام تابع وجود ندارد؟
۱) تابعی که تعداد اعضای دامنه و برد آن با هم برابر باشند.
۲) تابعی که دامنهٔ آن سه عضوی و برد آن دو عضوی باشد.
۳) تابعی که دامنهٔ آن دو عضوی و برد آن سه عضوی باشد.
۴) تابعی که دامنهٔ آن نامتناهی و برد آن متناهی باشد.

۱۲

مثال کدام رابطه، یک تابع است؟

۱) $y^۲=x+۴$ ۲) $|x|+|y|=۳$
۳) $y(x-۲)=۰$ ۴) $۹x^۲+y^۲+۲y+۱=۰$

۱۳

مثال آیا رابطهٔ زیر تابع است؟

$$f(x)=\begin{cases} x & x\geq ۰ \\ -x & x<۱ \end{cases}$$

۱۴

مثال آیا رابطهٔ زیر تابع است؟

$$f(x)=\begin{cases} x-۱ & x\geq ۲ \\ x+۲ & x\leq ۲ \end{cases}$$

۱۵

مثال با توجه به ضابطهٔ تابع زیر، مقدار $f(-۱)$ کدام است؟

$$f(x)=\begin{cases} ax^۲+۵ & x\geq -۲ \\ ۴x+۹ & x\leq -۲ \end{cases}$$

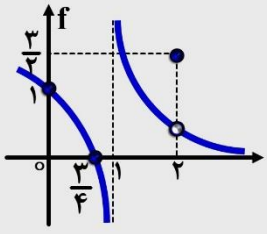
۱) ۴
۲) ۹
۳) ۱۳
۴) ۱۵

۱۶

مثال در تابع $f=\{(۲,a),(۴,a^۲),(a,۰)\}$ مقدار a را چنان بیابید که: $f(۴)-۳f(۲)=-۲$

۱۷

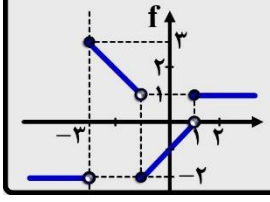
مثال



$f(۰)$
$f(۱)$
$f(\frac{۳}{۴})$
$f(۲)$

۱۸

مثال با توجه به نمودار تابع زیر، حاصل $\frac{f(-۱)+f(f(-۳))}{f(۰)+f(-۶)}$ کدام است؟



۱) ۳
۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) -۳
۴) $-\frac{۱}{۳}$

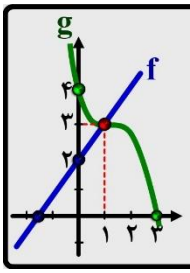
۱۹

مثال اگر $f(x)=x^۲-۳x+۱$، حاصل $f(\frac{\sqrt{۱۵}+۳}{۲})$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۲/۵ ۳) ۳ ۴) ۳/۵

۲۰

توجه



۲۱

مثال نمودار تابع $f(x)=ax^2+bx+c$، محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۱- قطع کرده و $f(2)=1$، اگر نمودار f نیمساز ربع دوم و چهارم را در نقطه‌ای به طول ۳- قطع کند، مقدار a کدام است؟

۱) $\frac{15}{7}$ ۲) $\frac{7}{15}$

۳) $\frac{3}{7}$ ۴) $\frac{7}{3}$

۲۲

د ۸۹ نمودار تابع $f(x)=x^3+ax+b$ و خط به معادله $y+2x=b$ در نقطه به طول ۱ روی محور x ها متقاطع‌اند. طول‌های دو نقطه تقاطع دیگر این منحنی و خط کدام است؟

۱) $-1,2$

۲) $-1,3$

۳) $0,-1$

۴) $0,2$

۲۳

خ ۸۹ نمودار تابع $f(x)=ax^2+bx+c$، محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۱ و محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۶- قطع کرده و از نقطهٔ $(-6,-2)$ می‌گذرد. $f(-1)$ کدام است؟

۱) -8

۲) -7

۳) -5

۴) -4

۲۴

حرف آخر
موسسه نشر کتاب و دیجیتال

۲۵

تابع

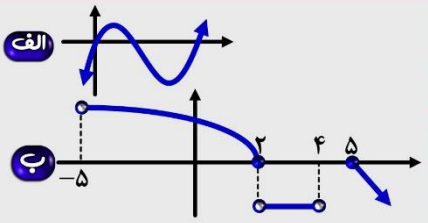
۱ مفهوم تابع و ...
۲ دامنه و برد توابع
۳ انواع تابع
۴ تساوی دو تابع
۵ تابع یک به یک و وارون یک تابع
۶ یکنوایی توابع
۷ اعمال جبری روی توابع
۸ ترکیب توابع

ریاضی کنکور
حرف آخر

۲۶

دامنهٔ نمودار توابع

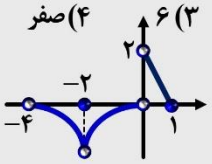
الف)



۲۷

مثال نمودار تابع f داده شده، چند عدد صحیح در دامنهٔ تابع f قرار دارند؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) صفر



۲۸

دامنهٔ ضابطه‌ای توابع

الف) $f(x)=ax+b$

ب) $g(x)=\frac{x(x+3)}{x+3}$

ج) $h(x)=\frac{3}{x-1}-\frac{1}{x}$

د) $k(x)=\frac{x^2-4x+1}{x^2+2x+3}$

۲۹

مثال دامنهٔ تابع $f(x)=\frac{x+4}{2x^2+ax+b}$ به صورت $R-\{3\}$ است. مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) ۲۸ ۲) ۲۹ ۳) ۳۰ ۴) ۳۲

۳۰

مثال نمودار توابع زیر را رسم کنید.

الف) $y=\sqrt[3]{\frac{x-1}{x+5}}$

ب) $y=\sqrt{2x+1}$

ج) $y=\frac{\sqrt{3-x}}{x^2-16}$

د) $y=\sqrt{2-\sqrt{x-3}}$

۳۱

مثال اگر $f(x)=\frac{3x}{x-4}$، دامنهٔ تابع با ضابطهٔ زیر کدام است؟

$y=5f(2-\frac{x}{3})-4$

۳۲

مثال اگر $f(x)=\sqrt{3-|x|}$، دامنهٔ تابع $f(2-x)$ کدام است؟

۱) $[1,5]$ ۲) $[-2,2]$ ۳) $[-5,5]$ ۴) $[-1,5]$

۳۳

دامنهٔ توابع چند ضابطه‌ای

$$f(x)=\begin{cases}x^2-1 & |x|>2\\ x+2 & |x|\le 1\end{cases}$$

۳۴

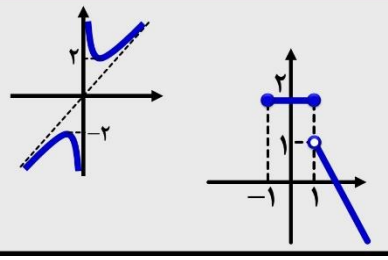
مثال حاصل جمع اعضای برد تابع f کدام است؟

$f=\{(1,2),(3,a-2b),(1,3a-7),(a,b)\}$

۱) ۱۰ ۲) ۷ ۳) ۵ ۴) ۳

۳۵

برد نمودار توابع



۳۶

مثال تابع $f(x)=|2-x|$ با دامنهٔ $(-1,6)$ مفروض است. برد تابع کدام است؟

۱) $(3,4)$ ۲) $(0,4)$ ۳) $[0,4)$ ۴) $[1,4)$

۳۷

مثال $g(x)=\frac{x}{|x|}(x^2+1)$

مثال $f(x)=x+|x-1|$

۳۸

مثال

$$f(x)=\begin{cases}x^2+1 & x\ge 0\\ 3-x & x<0\end{cases}$$

۳۹

حرف آخر
موسسه نشر کتاب و دیجیتال

۴۰

تابع

۱ مفهوم تابع و ...
۲ دامنه و برد توابع
۳ انواع تابع
۴ تساوی دو تابع
۵ تابع یک به یک و وارون یک تابع
۶ یکنوایی توابع
۷ اعمال جبری روی توابع
۸ ترکیب توابع

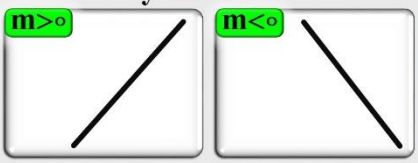
ریاضی کنکور
حرف آخر

۴۱

تابع خطی

$f:R\to R$

$y=mx+b$



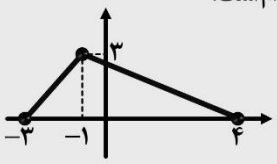
۴۲

مثال در یک تابع خطی $f(1)=3$ و $f(2)=6$. حاصل $f(-4)$ کدام است؟

۱) ۱۲
۲) -9
۳) ۹
۴) -12

۴۳

مثال نمودار تابع f به صورت زیر داده شده است. حاصل $f(2)-10f(-1)$ کدام است؟



۱) ۹
۲) -9
۳) ۸
۴) -8

۴۴

مثال برد توابع زیر را بیابید؟

- $f(x)=2x+1$ $\quad x\in(-\infty,+\infty)$
- $g(x)=2x+1$ $\quad x\in[-2,2)$
- $h(x)=3-2x$ $\quad x\in(-1,3]$

۴۵

مثال تابع خطی $y=ax+b$ مفروض است. اگر دامنه و برد به ترتیب $[2,4]$ و $[-6,2]$ باشند، مجموع مقادیر ممکن برای a و b کدام است؟

۱) ۴
۲) -4
۳) ۲
۴) -2

۴۶

تابع خطی همانی

$f:R\to R$
$y=mx+b$
$m=1$, $b=0$
$y=x$

مثال $f=\{(-1,a),(2,b+1)\}$

۴۷

مثال تابع f یک تابع همانی است. مقدار $a+b+c$ کدام است؟

۱) ۸ $\quad$ ۲) ۱۰ $\quad$ ۳) ۱۲ $\quad$ ۴) ۱۴

$f=\{(2,a),(a+1,b-1),(c+1,b+3)\}$

۴۸

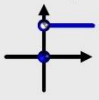
تابع خطی ثابت

$f:R\to R$
$y=mx+b$
$m=0$
$y=b$

مثال $f=\{(-1,a),(2,b+1),(1,3)\}$

۴۹

مثال کدام نمودار می‌تواند نمودار یک تابع ثابت باشد؟

۱)
۲)
۳)
۴) 

۵۰

مثال با توجه به تساوی زیر و این که تابع f همانی و تابع g ثابت باشد، مقدار $g(-\frac{3}{4})\times f(\frac{3}{2})$ کدام است؟

$$\frac{3f(2)+g(3)}{2g(7)+f(1)}=\frac{10}{9}$$

۵۱

مثال برد کدام تابع برابر R است؟

۱) $f(x)=|x|$ $\quad$ ۲) $g(x)=3$
۳) $h(x)=x^2$ $\quad$ ۴) $k(x)=x$

۵۲

برخی از توابع درجه ۳

$y=x^3$ $\quad$ $y=-x^3$

$D_f=R_f=R$

۵۳

مثال نمودار تابع با ضابطهٔ $y=|x|(\frac{1}{x}-x^2)$ را رسم کنید

۵۴

مثال

$(x+1)^3=x^3+3x^2+3x+1$
$y=x^3+3x^2+3x+1$
$y=x^3+3x^2+3x-1$
$y=x^3-6x^2+12x-8$

۵۵

تابع هموگرافیک

$f:R-\{-\frac{d}{c}\}\to R-\{\frac{a}{c}\}$
$y=\frac{ax+b}{cx+d}$: $ad-bc\neq 0$

$ad-bc<0$ $\quad$ $ad-bc>0$

۵۶

مثال

$f:R-\{-1\}\to R-\{4\}$
$y=\frac{4x-5}{x+1}$

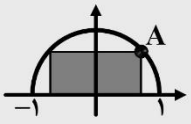
۵۷

مثال نمودار تابع $y=1+\frac{1}{x-3}$ کدام ناحیه نمی‌گذرد؟

۱) اول
۲) دوم
۳) سوم
۴) چهارم

۵۸

مثال در شکل زیر مستطیل در نیم دایره‌ای به شعاع ۱ واحد محاط شده است. محیط مستطیل تابعی از طول نقطهٔ A است. ضابطهٔ این تابع کدام است؟



۵۹

مثال مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع را به صورت تابعی بر حسب ارتفاع مثلث بنویسید.

۶۰

مثال با ۴۰ متر طناب، باغچه‌ای مستطیل شکل را که یک ضلع آن چسبیده به رودخانه است (نیاز به طناب کشی ندارد) طناب کشی می‌کنیم. اگر طول قسمتی از رودخانه که مرز باغچه است را x بگیریم، کدام تابع مساحت باغچه را بر حسب x نشان می‌دهد؟

۶۱

حرف آخر
موسسه نشر کتاب و دیجیتال

۶۲

تابع

۱ مفهوم تابع و ...
۲ دامنه و برد توابع
۳ انواع تابع
✓ ۴ تساوی دو تابع
۵ تابع یک به یک و وارون یک تابع
۶ یکنوایی توابع
۷ اعمال جبری روی توابع
۸ ترکیب توابع

حرف آخر
ریاضی کنکور

۶۳

۶۴
$$\begin{cases} f(x)=\frac{x}{x^2} \\ g(x)=\frac{1}{x} \end{cases}$$
$$\begin{cases} f(x)=\frac{x^2}{x} \\ h(x)=x \end{cases}$$

۶۵
مثال اگر دو تابع $f(x)=\frac{x^3+4x}{ax^2+bx+c}$ و $g(x)=\frac{x}{2}$ برابر باشند، مقدار $a+b+c$ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۴

۶۶
مثال کدام تابع، با تابع $f(x)=x-3$ مساوی است؟

۱) $y=\frac{x^2-6x+9}{x-3}$ ۲) $y=\frac{x^2-9}{x+3}$

۳) $y=\frac{x^3-27}{x^2+3x+9}$ ۴) هیچ کدام

۶۷
مثال به ازای کدام مقدار k تابع با ضابطه‌های زیر مساوی‌اند؟

$$f(x)=\begin{cases} \frac{4x^2-1}{2x+1} & x\neq -\frac{1}{2} \\ k+x & x=-\frac{1}{2} \end{cases} \quad , \quad g(x)=2x-1$$

۶۸
مثال کدام تابع با بقیه مساوی نیست؟

۱) $y=\frac{|x|}{|x|}$ ۲) $y=\sin^2(\frac{1}{x})+\cos^2(\frac{1}{x})$

۳) $y=\frac{[x]}{[x]}$ ۴) $y=\frac{3^x-1}{3^x-1}$

۶۹
توجه

$$\begin{matrix} D_{f+g} \\ D_{f-g} \\ D_{f\times g} \end{matrix} = D_f \cap D_g$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x)=0\}$$

۷۰
مثال در کدام گزینه، دو تابع با هم مساوی‌اند؟

۱) $f(x)=\sqrt{x^2(x-1)}$, $g(x)=|x|\sqrt{x-1}$

۲) $f(x)=\sqrt{x^2}$, $g(x)=x$

۳) $f(x)=\frac{x}{[x]}$, $g(x)=\frac{[x]}{x}$

۴) $f(x)=\sqrt{4-x^2}$, $g(x)=\sqrt{2-x}\times\sqrt{2+x}$

۷۱
مثال تابع $f(x)=\frac{2+\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}$ با کدام تابع زیر مساوی نیست؟

۱) $y=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}$ ۲) $y=\begin{cases} \frac{|x|}{x} & x>0 \\ 1 & x=0 \end{cases}$

۳) $y=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-2}$ ۴) $y=\begin{cases} \frac{x}{|x|} & x>0 \\ 1 & x=0 \end{cases}$

۷۲
حرف آخر
موسسه نشر کتاب و دیجیتال

۷۳
تابع

۱ مفهوم تابع و ... ۵ تابع یک به یک و وارون یک تابع
۲ دامنه و برد توابع ۶ یکنوایی توابع
۳ انواع تابع ۷ اعمال جبری روی توابع
۴ تساوی دو تابع ۸ ترکیب توابع

حرف آخر موسسه نشر کتاب و دیجیتال
ریاضی کنکور

۷۴
صعودی اکید
$f=\{(0,4),(-1,2),(-2,1),(2,6)\}$

x	−۲	−۱	۰	۲
f(x)	۱	۲	۴	۶

صعودی
$g=\{(0,6),(-1,4),(-2,1),(2,6)\}$

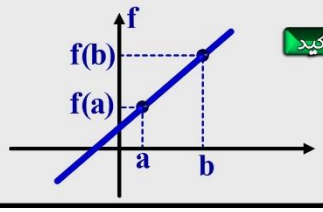
x	−۲	−۱	۰	۲
g(x)	۱	۴	۶	۶

۷۵
مثال به ازای چه حدودی از m تابع f صعودی اکید است؟

$$f=\{(1,1),(4,6),(2,m^2-3),(7,19)\}$$

۷۶
$$\forall a,b\in D_f : a<b \rightarrow f(a)<f(b)$$

صعودی اکید



۷۷
مثال اگر f تابع اکیداً صعودی روی مجموعهٔ اعداد حقیقی باشد، دامنهٔ تعریف تابع با ضابطهٔ $y=\sqrt{f(3)-f(|x|)}$ کدام است؟

۱) $(-\infty,0]$ ۲) $[3,+\infty)$ ۳) $[-3,2]$ ۴) $[-3,3]$

۷۸
مثال تابع $y=(x+3)(2x-1)$ در بازهٔ $[a,+\infty)$ اکیداً صعودی است. حداقل مقدار a کدام است؟

۱) $-\frac{5}{2}$ ۲) $\frac{5}{2}$

۳) $-\frac{5}{4}$ ۴) $\frac{5}{4}$

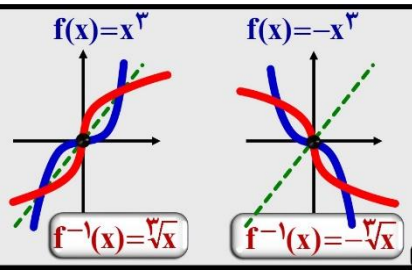
۷۹
خ ۹۸ تابع با ضابطهٔ $f(x)=|x+1|-|x-2|$ در کدام بازه اکیداً صعودی است؟

۱) $(-\infty,2)$
۲) $(-1,+\infty)$
۳) $(-1,2)$
۴) $(2,+\infty)$

۸۰
مثال کدام گزینه در مورد تابع $f(x)=x^2+4x-5$ با دامنهٔ $\frac{3}{2}<|x+\frac{7}{4}|$ درست است؟

۱) مثبت است. ۲) صعودی است.

۳) نزولی است. ۴) غیر یکنوا است.

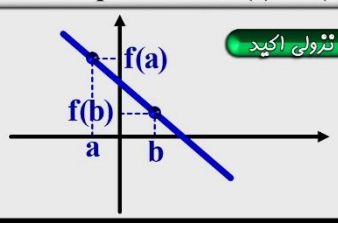
۸۱


۸۲
مثال تابع $y=-x^2-2x+4$، بر بازهٔ $(-\infty,-1)$ مفروض است. معادلهٔ $f=f^{-1}$ چند جواب حقیقی دارد؟

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۱
۴) صفر

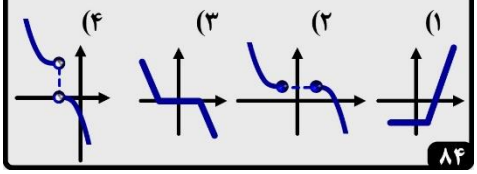
۸۳
$$\forall a,b\in D_f : a<b \rightarrow f(a)>f(b)$$

نزولی اکید



۸۴
مثال کدام نمودار مربوط به تابعی مانند f است که برای هر $x_1,x_2\in D_f$ که $x_2>x_1$ باشد، $f(x_2)>f(x_1)$ است؟

(۱) (۲) (۳) (۴)



مثال اگر f تابع اکیداً نزولی باشد، حدود a کدام است؟

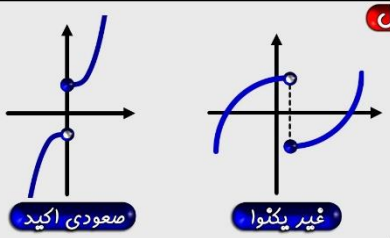
$f=\{(-3,a),(-1,a-1),(0,a^3-1)\}$

۱) $(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$ ۲) $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

۳) $(-\infty,0)\cup(0,1)$ ۴) $(-\infty,-1)\cup(0,1)$

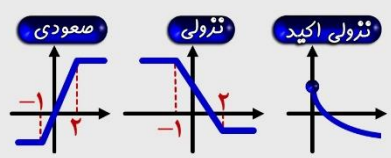
۸۵

مثال



۸۶

مثال



۸۷

د ۹۸ تابع با ضابطهٔ $f(x)=|x+2|+|x-1|$ ، در کدام بازه، اکیداً نزولی است؟

۱) $(-\infty,-2)$

۲) $(-\infty,1)$

۳) $(-2,1)$

۴) $(1,+\infty)$

۸۸

مثال کدام گزینه در مورد تابع با ضابطهٔ زیر درست است؟

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x}+1 & x\geq 0\\ \frac{1}{x} & x<0\end{cases}$$

۱) یک به یک - یکنوا

۲) یک به یک - غیر یکنوا

۳) غیر یک به یک - غیر یکنوا

۴) غیر یک به یک - یکنوا

۸۹

مثال نمودار تابع $f(x)=\frac{2x+4}{x-1}$ با دامنهٔ $R-\{1\}$ نمودار وارون خود را با کدام طول قطع می کند؟

۱) $-4,-1$

۲) $4,-1$

۳) $2,-4$

۴) $2,4$

۹۰

مثال کدام گزینه بیانگر تابعی وارون پذیر است؟

۱) $y=|x|-x+1$

۲) $y=1-3|x|+x$

۳) $y=1+3|x|-x$

۴) $y=1-3x+|x|$

۹۱

مثال اگر تابع با ضابطهٔ زیر در تمام دامنه اش نزولی اکید باشد، مجموعه تمام مقادیر ممکن برای a کدام است؟

$$f(x)=\begin{cases}-x+3 & x\geq 0\\ ax+a+5 & x<0\end{cases}$$

۱) $a\geq -1$ ۲) $-2\leq a<0$ ۳) $a\leq -2$ ۴) $a<0$

۹۲

مثال تابع $f(x)=\begin{cases}x^2-1 & x\geq 2\\ ax-3 & x<2\end{cases}$ معکوس پذیر است، محدوده a کدام است؟

۱) $(-1,3)$

۲) $(0,3]$

۳) $(0,3)$

۴) R

۹۳

بررسی یکنوایی توابع معروف

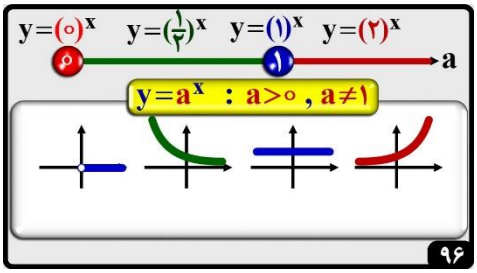
- $y=a$
- $y=ax+b$
- $y=ax^2+bx+c$
- $y=a\sqrt{bx+c}+d$
- $y=a|bx+c|+d$
- $y=\frac{ax+b}{cx+d}$
- $y=k.a^{(bx+c)}+d$
- $y=a\log_d^{(bx+c)}+e$
- ف $y=(ax+b)|ax+b|$
- ز $y=(ax+b)^{|ax+b|}$

۹۴

مثال چه تعداد از توابع زیر صعودی اند؟

- $f(x)=x^3-3x^2+3x$
- $g(x)=\sin^2 x+\cos^2 x$
- $h(x)=3-2^{-x+1}$
- $k(x)=3-\log_{0.5}^{(x+2)}$
- $t(x)=[\frac{x^2}{x^2+1}]$

۹۵



۹۶

مثال

- $y=(a-5)^x$ نزولی اکید | نزولی
- صعودی اکید | صعودی
- $y=(\frac{a+1}{a^2+1})^x$

۹۷

مثال

- $27^x\leq 3^{x+2}$
- $(0/2)^{x-1}\leq(0/04)^x$
- $\log_2^{(x^2-1)}<\log_2^8$

۹۸

۹۹

یادداشت

یادداشت

یادداشت

یادداشت

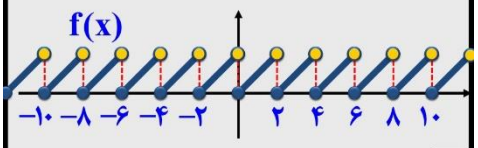
یادداشت

یادداشت

تابع متناوب

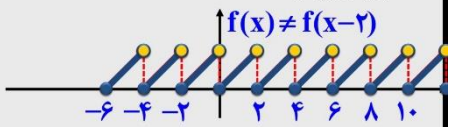
۱

مثال: تابع زیر را حداقل چقدر انتقال افقی دهیم تا دو باره به حالت اولیه ی نمودار برگردد؟



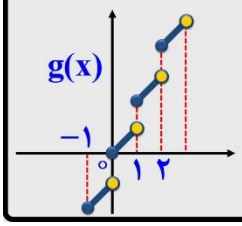
۲

مثال: آیا با انتقال افقی می توان نمودار تابع زیر را دو باره به حالت اولیه ی برگرداند؟



۳

مثال: آیا با انتقال افقی می توان نمودار تابع زیر را دو باره به حالت اولیه ی برگرداند؟



۴

مثال: اگر f تابعی متناوب باشد، کدام صحیح است؟

۱) f یک به یک

۲) f اکیداً یکنواست.

۳) f معکوس پذیر است.

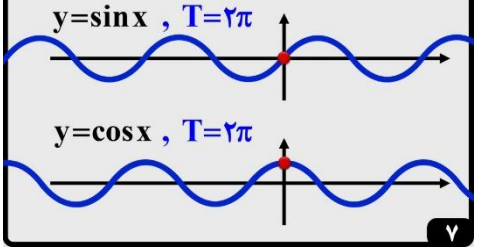
۴) f دامنه ی بی کران است.

۵

دورهٔ تناوب توابع معروف

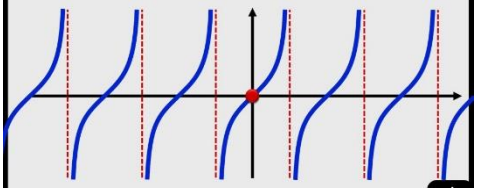
۶

$y=\sin x\ ,\ T=2\pi$



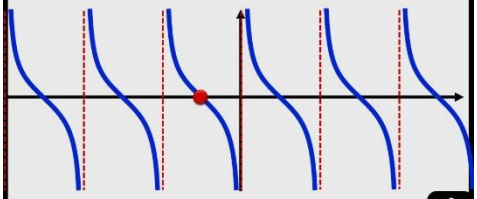
۷

$y=\tan x\ ,\ T=\pi$



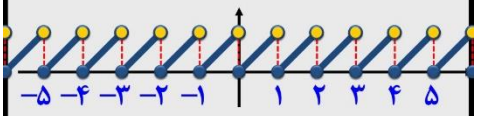
۸

$y=\cot x\ ,\ T=\pi$



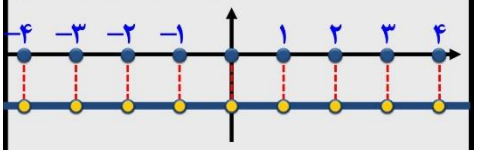
۹

$y=x-[x]\ ,\ T=1$



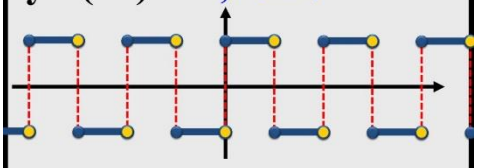
۱۰

$y=[x]+[-x]\ ,\ T=1$



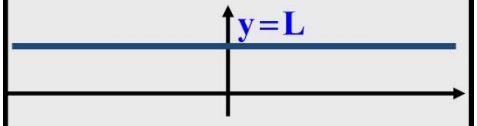
۱۱

$y=(-1)^{[x]}\ ,\ T=2$



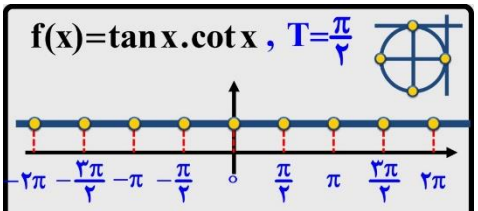
۱۲

$f(x)=L \quad c\in R-\{0\}$ موجود نیست: T



۱۳

$f(x)=\tan x.\cot x\ ,\ T=\frac{\pi}{2}$



۱۴

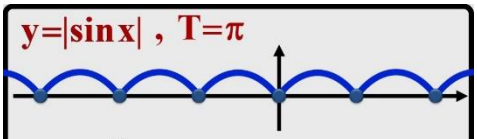
توجه: از بین اعمال:

$|\ |\ ,\ (\ )^{2n}\ ,\ (\ )^{2n+1}\ ,\ \sqrt[2n]{\ }\ ,\ \sqrt[2n+1]{\ }$

فقط دو عمل $|\ |\ ,\ (\ )^{2n}$ روی دوره ی تناوب توابع $y=\sin x\ ,\ y=\cos x$ اثر می گذارند. و دوره تناوب را نصف می کنند.

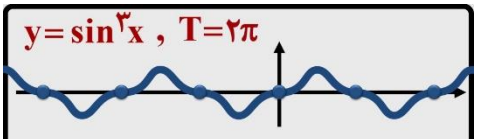
۱۵

$y=|\sin x|\ ,\ T=\pi$



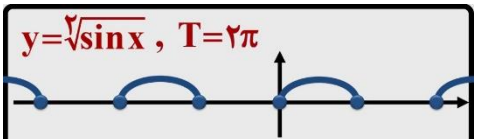
۱۶

$y=\sin^3 x\ ,\ T=2\pi$



۱۷

$y=\sqrt[2]{\sin x}\ ,\ T=2\pi$



۱۸

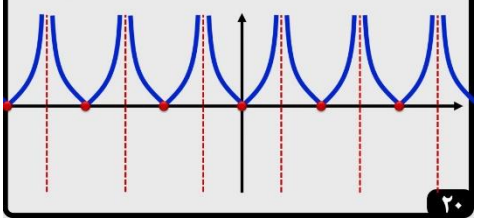
توجه: هیچ کدام از اعمال:

$|\ |\ ,\ (\ )^{2n}\ ,\ (\ )^{2n+1}\ ,\ \sqrt[2n]{\ }\ ,\ \sqrt[2n+1]{\ }$

روی دوره ی تناوب توابع $y=\tan x\ ,\ y=\cot x$ اثر نمی گذارد.

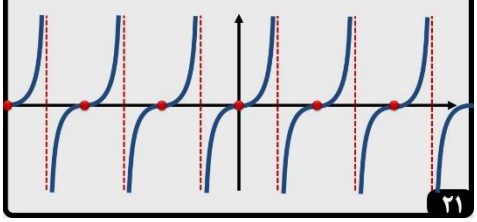
۱۹

$y=|\tan x|\ ,\ T=\pi$



۲۰

$y=\tan^3 x\ ,\ T=\pi$



۲۱

$y=\sqrt[3]{\tan x}$, $T=\pi$

۲۲

$y=\sqrt[2]{\tan x}$, $T=\pi$

۲۳

مثال: دوره ی تناوب کدام یک از توابع زیر با بقیه متفاوت است؟

۱) $y=|\cos x|$

۲) $y=\cos(\sin x)$

۳) $y=\tan^4 x$

۴) $y=\sin(\cos x)$

۲۴

انتقال، انقباض و انبساط (افقی و عمودی)

۲۵

$f(x) \rightarrow af(bx+c)+d$

$T \rightarrow \frac{1}{|b|}T$

۲۶

مثال: دوره ی تناوب توابع داده شده را به دست آورید.

$y=\sin^3(2x+1)$

$y=\cos^4(-3x-\frac{\pi}{4})+2$

$y=2\tan(\frac{1}{5}x-\frac{\pi}{6})+1$

$y=2\sqrt{\sin^5(4x+\frac{\pi}{2})}-2$

۲۷

مثال: دوره ی تناوب توابع داده شده را به دست آورید.

$y=2x-[2x]+3$

$y=(-1)^{[3x+1]}+2$

$y=\tan 3x.\cot 3x$

۲۸

$y=2\sin x$, $y=1+2\sin x$

$y=\sin x$, $y=3\sin x$, $y=1+\sin x$, $y=1+3\sin x$

۲۹

$y=a\sin bx$, $y=a\sin bx+c$

۳۰

سخ ۹۱: شکل زیر، قسمتی از نمودار $y=a\sin(b\pi x)$ است. $a.b$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۳

۳) -6 ۴) -3

۳۳

سد۹۵: شکل زیر نمودار تابع $f(x)=a-2\cos(bx+\frac{\pi}{2})$ است. حاصل $a+b$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$

۲) ۱

۳) $\frac{3}{2}$

۴) ۲

۳۲

$y=a\cos bx$, $y=a\cos bx+c$

۳۱

سخ ۹۲: شکل زیر قسمتی از نمودار $y=a\sin\pi(\frac{1}{2}+bx)$ است. $a.b$ کدام است.

۱) ± 1 ۲) ± 3

۳) ± 6 ۴) ± 2

۳۴

یادداشت

سد۹۳: شکل زیر قسمتی از نمودار $y=a+\sin(b\pi x)$ است. مقدار y را در $x=\frac{25}{3}$ بیابید.

۳۵

الگو و دنباله

۱ الگوهای خطی و غیر خطی

۲ دنباله عددی (حسابی)

۳ دنباله هندسی

ریاضی کنکور

حرف آخر

۱

مفهوم الگو و دنباله

$a: 4, 7, 11, 23, -8, 0/5, 56, 56, \ldots$

$t:$

n	
t_n	

۲

n	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	...
t_n	۱	۴	۷	۱۰	۱۳	۱۶	۱۹	...

۳

مثال در یک الگوی خطی، جملات سوم و هفتم به ترتیب ۹ و ۲۹ می باشند. جملهٔ اول این الگو کدام است؟

۱) -4 ۲) -1 ۳) ۴ ۴) ۱

۴

مثال در یک الگوی خطی، جملات سوم و هفتم به ترتیب ۹ و ۲۹ می باشند. اولین جملهٔ دنباله که از ۱۲۵ بیشتر است، جملهٔ چندم دنباله است؟

۱) ۲۵ ۲) ۲۶ ۳) ۲۷ ۴) ۲۸

۵

مثال اگر $t_n=(4a-8)n^2+(a+3)n+2a-7$ یک الگوی خطی باشد، جملهٔ دهم از جملهٔ ششم آن چقدر بیش تر است؟

۱) ۳۰ ۲) ۲۴ ۳) ۱۸ ۴) ۲۰

۶

مثال تعداد نقاط توپُرشکل نوزدهم از الگوی زیر کدام است؟

۱) ۷۹ ۲) ۷۷ ۳) ۷۵ ۴) ۷۳

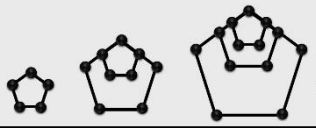
۷

خ ۹۸ درالگوی زیر، تعداد نقطه ها، درشکل دوازدهم، کدام است؟ ۱) ۳۴ ۲) ۳۶ ۳) ۳۸ ۴) ۴۰

۸

مثال مطابق الگوی زیر درشکل چندم تعداد نقاط روی شکل به ۳۹۷ می رسد؟

۱) ۹۰ ۲) ۹۵ ۳) ۱۰۰ ۴) ۱۰۵



۹

مثال با توجه به الگوی زیر اختلاف تعداد کاشی های سبز و تعداد کاشی های سفید، در مرحلهٔ نوزدهم کدام است؟

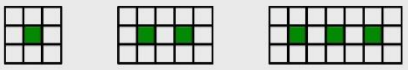
۱) ۱۵ ۲) ۱۸ ۳) ۲۱ ۴) ۲۳

الف) برای ۱۰۰ کاشی سفید،چند کاشی سبز لازم است؟

ب) آیا در این الگو شکلی وجود دارد که شامل ۵۰ کاشی سبز باشد؟ اگر هست،تعداد کاشی های سفید آن چند تاست؟

۱۰

مثال اگرشکل ها به همین ترتیب ادامه پیدا کنند، چه کسری از شکل شماره ۶، رنگی است؟



۱۱

مثال سه عدد بعدی الگوهای زیر را بنویسید.رابطهٔ بین این اعداد را توضیح دهید.

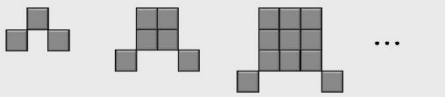
الف) ۶۴,۳۲,۱۶,۸,◯,◯,◯,...

ب) ۱,۴,۹,۱۶,◯,◯,◯,...

ج) ۱,۴,۷,۱۰,۱۳,◯,◯,◯,...

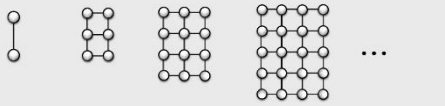
۱۲

مثال درالگوی زیر، تعداد مربع های رنگی در شکل یازدهم، کدام است؟ ۱) ۱۲۵ ۲) ۱۲۳ ۳) ۱۲۲ ۴) ۱۲۷



۱۳

مثال درالگوی زیر، تعداد نقاط در شکل یازدهم، کدام است؟ ۱) ۱۵۲ ۲) ۱۳۲ ۳) ۱۲۳ ۴) ۱۲۷

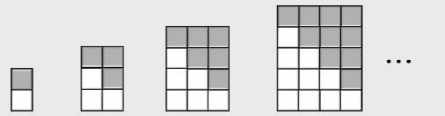


۱۴

مثال درالگوی زیر،تعداد نقطه ها در شکل دهم،کدام است؟ ۱) ۱۴۵ ۲) ۱۴۰ ۳) ۱۵۰ ۴) ۱۵۵

۱۵

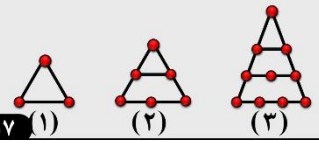
توجه



۱۶

مثال درالگوی زیر، تعداد نقاط در شکل پانزدهم، کدام است؟

۱) ۱۴۶
۲) ۱۴۸
۳) ۱۵۶
۴) ۱۳۶



۱۷

مثال شکل دهم در این الگوی زیر چند نقطه دارد؟ ۱) ۲۱۰ ۲) ۱۹۰ ۳) ۲۳۰ ۴) ۱۹۵

۱۸

د ۹۸ درالگوی زیر، تعداد نقطه ها، در شکل نهم، کدام است؟ ۱) ۱۱۷ ۲) ۱۲۰ ۳) ۱۲۳ ۴) ۱۲۵

۱۹

توجه an^2+bn+c

۲۰

مثال برای هر یک از دنباله های درجهٔ دو زیر جملهٔ عمومی بنویسید.

الف) ۵ , ۸ , ۱۳ , ۲۰ , ۲۹ ,...

ب) ۵ , ۱۲ , ۲۲ , ۳۵ , ۵۱ ,...

۲۱

الگو و دنباله

۱ الگوهای خطی و غیر خطی
۲ دنبالهٔ عددی(حسابی)
۳ دنبالهٔ هندسی

حرف آخر

ریاضی کنکور

۲۲

- ۳,۷,۱۱,۱۵,۱۹,۲۳,۲۷,۳۱,۳۵,۳۹,...
- ۱۵,۱۳,۱۱,۹,۷,۵,۳,۱,−۱,−۳,−۵,...

؟ عدد ۱۳۳- جملهٔ چندم دنباله است؟

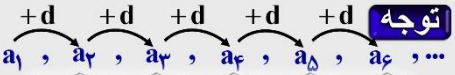
؟ چند جملهٔ نامنفی دارد؟

۲۳

مثال چند عدد طبیعی دو رقمی فرد مضرب ۳ وجود دارد؟ ۱) ۲۵ ۲) ۲۰ ۳) ۱۵ ۴) ۱۰

۲۴

توجه



$a_n=a_1+(n-1)d$ $a_5+a_7=$

$a_9=a_1+8d$ $a_9-a_1=8d$
$a_9=a_3+6d$ $a_9-a_3=6d$
$a_9=a_{12}-3d$ $a_9-a_{12}=-3d$

۲۵

مثال در یک دنبالهٔ حسابی، مجموع جملات سوم وهشتم ، یک سوم مجموع جملات چهارم و نهم است، جملهٔ چندم دنباله برابر صفر است؟

۱) هفتم ۲) ششم ۳) پنجم ۴) چهارم

۲۶

مثال جملهٔ هفتم و یازدهم یک دنبالهٔ حسابی به ترتیب ۱۵ و ۴۳ می باشد. بزرگ ترین جملهٔ دو رقمی این دنباله جملهٔ چندم است؟

۱) هفدهم ۲) هجدهم
۳) نوزدهم ۴) بیستم

۲۷

مثال در یک دنبالهٔ حسابی $t_9^2 - t_3^2 = 360$ و $t_6 = 18$
جملهٔ سیزدهم چقدر از جملهٔ اول بیش تر است؟
۱) ۲۵ ۲) ۲۰ ۳) ۱۵ ۴) ۱۰
۲۸

مثال در دنبالهٔ حسابی $-3, a, b, 15, \ldots$ ،
جملهٔ سیزدهم کدام است ؟
۱) ۷۵ ۲) ۷۲
۳) ۷۰ ۴) ۶۹
۲۹

مثال در یک دنبالهٔ حسابی با ۸ جمله ، مجموع جملات ردیف فرد برابر با ۴۳ و مجموع با ردیف زوج برابر با ۵۵ می باشد. قـدر نسبت دنباله کدام است؟
۱) ۲ ۲) ۳
۳) $\frac{5}{3}$ ۴) $\frac{7}{3}$
۳۰

مثال در یک دنبالهٔ حسابی مجموع پنج جملهٔ اول برابر ۳۵ می باشد ، مجموع جملات دوم و چهارم دنباله کدام است ؟
۱) ۱۶ ۲) ۱۴
۳) ۱۸ ۴) ۲۰
۳۱

مثال در یک دنبالهٔ حسابی، مجموع سه جملهٔ اول ۳ ومجموع سه جملهٔ بعدی آن ۳۹ می باشد.جملهٔ دهم دنباله کدام است؟
۱) ۳۲ ۲) ۳۳
۳) ۳۴ ۴) ۳۵
۳۲

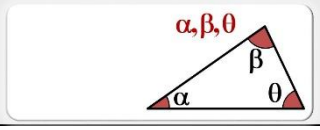
مثال در یک دنبالهٔ حسابی، مجموع چهار جملهٔ اول ۱۵ و مجموع پنج جملهٔ بعدی آن ۹۰ می باشد،جملهٔ سیزدهم دنباله کدام است؟
۱) ۴۳ ۲) ۴۷
۳) ۳۳ ۴) ۳۷
۳۳

مثال در یک دنبالهٔ حسابی ،جملهٔ نهم ، نصف جملهٔ چهارم است.جملهٔ چندم این دنباله برابر صفر است ؟
۱) ۱۱ ۲) ۱۲ ۳) ۱۳ ۴) ۱۴
۳۴

مثال در یک دنبالهٔ حسابی ، جملهٔ سوم ۲۸ واحد کم تر از جملهٔ دهم است. اگر جملهٔ ششم برابر ۱۲ باشد ، جملهٔ چهاردهم چند برابر جملهٔ پنجم است ؟
۱) ۷/۵ ۲) ۵/۵
۳) ۴/۵ ۴) ۶/۵
۳۵

توجه a, b, c

مثال $3, x-1, y, 4-y, \ldots$



۳۶

مثال اعداد $2p+3, 3p+4, 5p-1$ به ترتیب از راست به چپ سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ حسابی اند.اگر $2p+3$ جملهٔ پنجم این دنباله باشد،جملهٔ دوازدهم دنباله کدام است؟
۱) ۶۴ ۲) ۶۲
۳) ۶۸ ۴) ۶۰
۳۷

مثال اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ $2x^2 - mx - m - 3 = 0$ و اعداد $\alpha\beta$ ، $\alpha+\beta$ ، ۳ تشکیل دنبالهٔ حسابی دهند،آن‌گاه مقدار m کدام است؟
۱) ۴ ۲) ۳
۳) ۲ ۴) ۱
۳۸

مثال در دنبالهٔ حسابی صعودی با جملات مثبت زیر مقدار واسطهٔ حسابی بین جملات پنجم و یازدهم کدام است؟
$x^2 - 5x, x^2 - 3, 2x^2 - 2x, \ldots$
۱) ۱۸۰
۲) ۱۸۵
۳) ۱۹۰
۴) ۱۹۵
۳۹

جملات متوالی با شماره های نامعلوم

$a-d, a, a+d$

۴۰

مثال اگر مجموع سه عدد که دنباله ای حسابی تشکیل می دهند برابر ۲۱ و حاصل ضرب آن ها برابر ۱۶۸ باشد، نسبت بزرگ ترین عدد به کوچک ترین عدد کدام است؟
۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۲ ۴) ۸
۴۱

مثال اگر مجموع سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ حسابی برابر ۲۱ و مجموع مربعات این سه جمله،برابر ۱۶۵ باشد،عدد کوچک تر برابر کدام است؟
۱) ۴ ۲) ۶
۳) ۷ ۴) ۵
۴۲

مثال در یک مثلث قائم الزاویه اندازهٔ وتر ۲۰ واحد و طول اضلاع تشکیل دنبالهٔ حسابی می دهند، مساحت مثلث کدام است؟
۴۳

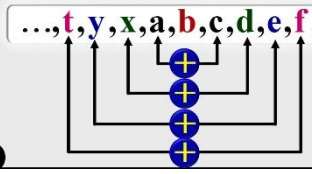
مثال طول اضلاع یک مثلث قائم الزاویه جملات سوم تا پنجم یک دنبالهٔ حسابی با قدر نسبت ۵ می دهند. جملهٔ بیستم این دنباله چند برابر جملهٔ دهم دنباله است؟
۱) $\frac{10}{3}$ ۲) $\frac{15}{4}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{11}{3}$
۴۴

مثال ۱۰۰ قرص نان را بین ۵ مرد چنان تقسیم شده که سهم های دریافت شده ، دنبالهٔ حسابی تشکیل دهند و یک سومِ مجموع سه سهم بزرگ تر، مساوی مجموع دو سهم کوچک تر باشد. اختلاف تعداد قرص نان های بیشترین و کم ترین سهم کدام است؟
۱) ۳۵ ۲) ۳۰
۳) ۲۵ ۴) ۲۰
۴۵

مثال زوایای یک پنج ضلعی، دنباله ای حسابی تشکیل می دهند اگر کوچک ترین زاویهٔ داخلی آن برابر 38° باشد اندازهٔ بزرگ ترین زاویهٔ داخلی آن کدام است؟
۱) 188°
۲) 178°
۳) 184°
۴) 174°
۴۶

توجه $a, b, c \rightarrow 2b = a + c$

$3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31, 35, 39, \ldots$



۴۷

مثال بین ۱۲- و ۶۵ شش واسطهٔ حسابی به ترتیب از کوچک به بزرگ درج می کنیم . مجموع واسطه‌ها ی دوم تا پنجم کدام است؟
۱) ۱۰۲ ۲) ۱۰۶ ۳) ۱۱۰ ۴) ۱۱۴
$-12, \bigcirc, \bigcirc, \bigcirc, \bigcirc, \bigcirc, \bigcirc, 65$
۴۸

مثال بین ۳۰ و ۱۱۰ چهار واسطهٔ حسابی با قدرنسبت منفی درج می‌کنیم. واسطهٔ سوم کدام است؟

۱) ۶۶ ۲) ۶۴ ۳) ۶۲ ۴) ۶۰

۴۹

مثال بین اعداد ۱۶ و ۸۳- چند واسطهٔ حسابی درج کنیم، تا قدر نسبت دنباله برابر ۳ باشد؟

۱) ۳۱ ۲) ۳۲ ۳) ۳۳ ۴) ۳۴

۵۰

مثال بین ۳ و ۴۷ چند عدد می توان درج نمود به طوری که با این دو عدد تشکیل دنبالهٔ حسابی داده و اختلاف بزرگ ترین و کوچک ترین آن ها ۳۶ باشد؟

۱) ۱۰ ۲) ۹ ۳) ۱۱ ۴) ۱۲

۵۱

توجه

$2,5,8,11,14,17,\ldots$

$3,5,7,9,11,13,15,17,\ldots$

جملات مشترک ←

۵۲

خ ۹۴ در دو دنبالهٔ حسابی به صورت های $8,11,14,\ldots$ و $2,7,12,\ldots$ ، چند عدد سه رقمی مشترک وجود دارد؟

۱) ۵۸ ۲) ۵۹ ۳) ۶۰ ۴) ۶۱

۵۳

خ ۹۵ دردو دنبالهٔ حسابی به صورت های زیر، چند عدد سه رقمی مشترک کوچک تر از ۳۰۰ موجود است؟

$2,9,16,23,\ldots$

$12,17,22,27,\ldots$

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۵۴

دسته بندی جملات دنبالهٔ حسابی

$(3),(5,7),(9,11,13),(15,17,19,21),\ldots$

$(?\ldots),(\underbrace{\ldots}_{\text{دستهٔ بیست و یکم}}),(\underbrace{\ldots}_{\text{دستهٔ بیستم}}),\ldots$

۵۵

د ۹۴ اعدادطبیعی فرد را به طریقی دسته بندی می کنیم که تعداد جملات هر دسته، برابر شماره آن دسته باشد ، مجموع دو جمله اول و آخر دستهٔ سی اُم، کدام است؟

$(1),(3,5),(7,9,11),\ldots$

۱) ۱۷۰۰ ۲) ۱۷۵۰ ۳) ۱۸۰۰ ۴) ۱۸۵۰

۵۶

مثال اعدادطبیعی فرد را به طریقی دسته بندی می کنیم که آخرین جملهٔ هر دسته ، مجذور کامل باشد. مجموع دو جملهٔ اول و آخر دستهٔ بیستم، کدام است؟

$(1),(2,3,4),(5,6,7,8,9),\ldots$

۱) ۷۶۹ ۲) ۷۶۲ ۳) ۷۹۶ ۴) ۷۲۶

۵۷

الگو و دنباله

۱ الگوهای خطی و غیر خطی

۲ دنبالهٔ عددی(حسابی)

۳ ✓ دنبالهٔ هندسی

حرف آخر — ریاضی کنکور

۵۸

$2,6,18,54,162,\ldots$

$2,1,\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{8},\ldots$

$-2,-1,-\frac{1}{2},-\frac{1}{4},\ldots$

$-2,-8,-32,-128,\ldots$

$3,-6,12,-24,\ldots$

۵۹

مثال اعداد $4a+3b+2$ ، 5 ، $a+b-3$ به ترتیب سه جملهٔ متوالی از یک دنبالهٔ حسابی و یک دنبالهٔ هندسی باشند، مقدار ab کدام است؟

۱) ۶۲۹- ۲) ۶۲۹ ۳) ۶۰۹- ۴) ۶۰۹

۶۰

$\times r$ $\times r$ $\times r$ $\times r$ $\times r$

$a_1 , a_2 , a_3 , a_4 , a_5 , a_6 , \ldots$

a_1r^1 a_1r^2 a_1r^3 a_1r^4 a_1r^5

$a_n=a_1\times r^{(n-1)}$ $a_5\times a_7=$

$a_9=a_1r^8$ $a_9=a_3r^6$ $a_9=a_{12}r^{-3}$ $\frac{a_9}{a_1}=r^8$ $\frac{a_9}{a_3}=r^6$ $\frac{a_9}{a_{12}}=r^{-3}$

۶۱

مثال دریک دنبالهٔ هندسی، حاصل‌ضرب جملهٔ پنجم و هفتم برابر جملهٔ دوازدهم است. تفاضل جملهٔ اول از قدر نسبت کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱

۳) ۲ ۴) ۳

۶۲

مثال در یک دنبالهٔ هندسی، جملهٔ پنجم مساوی است با جملهٔ چهارم به علاوه دو برابر جملهٔ سوم ، کدام دو عدد می‌توانند قدر نسبت این دنباله باشند؟

۱) ۲,-۱ ۲) ۲,-۱- ۳) ۲,۱ ۴) ۲,۱-

۶۳

مثال

$\begin{cases} t_5+t_6=2 \\ t_5-t_7=1 \end{cases}$

$t_5=-8t_2$

$t_3=12$

$t_1=$

$a_{11}=16a_7$

$a_3=-2$

$a_7-a_5=$

r=?

۶۴

مثال دردنبالهٔ هندسی $3,x,2,\ldots$ ، جملهٔ هفتم چند برابر جملهٔ یازدهم است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۱/۷۵ ۴) ۲/۲۵

۶۵

مثال دریک دنبالهٔ هندسی $t_1=5$ ، $t_3=\frac{5}{4}$ حاصل عبارت زیر کدام است؟

۱) 2^{10} ۲) 2^{20} ۳) 5^{10} ۴) 5^{20}

۶۶

خ ۹۲ دریک دنبالهٔ هندسی(صعودی) ،جملهٔ دوم و دو برابر جملهٔ پنجم و جملهٔ هشتم می توانند سه جملهٔ متوالی از یک دنبالهٔ حسابی باشند، بزرگ ترین این سه عدد چند برابر کوچک ترین آن ها است؟

۱) $2+\sqrt{3}$ ۲) $5+2\sqrt{3}$

۳) $7+4\sqrt{3}$ ۴) $5+4\sqrt{3}$

۶۷

مثال توپی را از ارتفاع ۲۵۰ متری رها می کنیم اگر این توپ پس از هر بار برخورد با زمین ۰/۶ ارتفاع قبلی بالا رود مسافتی که این توپ پس از برخورد هجدهم بالا می رود چند برابر مسافتی است که پس از برخورد پانزدهم بالا می رود؟

۱) ۲/۱۶ ۲) ۰/۲۱۶

۳) ۱/۲۶ ۴) ۰/۱۲۶

۶۸

توجه a,b,c

مثال دردنبالهٔ هندسی غیر افزایشی $2,x,6,y,\ldots$ ، مجموع پنج جملهٔ اول کدام است؟

۱) $24-4\sqrt{3}$ ۲) $26-6\sqrt{3}$

۳) $24-8\sqrt{3}$ ۴) $26-8\sqrt{3}$

۶۹

مثال در دنبالهٔ حسابی $5x-4, 3x+1, 7, \cdots$ ، واسطهٔ هندسی جملات دوم و بیست و دوم دنباله را بیابید؟

۱) ± 4 ۲) ± 8 ۳) ± 12 ۴) ± 16

۷۰

مثال اعداد $2^a, 4\sqrt{2}, 2^b$ سه جملهٔ متوالی از یک دنبالهٔ هندسی اند واسطهٔ حسابی بین a و b کدام است؟

۱) ۲/۵ ۲) ۲ ۳) ۱/۵ ۴) $\sqrt{2}$

۷۱

مثال اگر به هر یک از اعداد ۳، ۶ و ۱۱ (به ترتیب از راست به چپ) مقدار ثابتی اضافه کنیم، اعداد حاصل تشکیل یک دنبالهٔ هندسی می دهند.در این حالت قدر نسبت دنبالهٔ هندسی حاصل کدام است؟

۱) $\frac{3}{5}$ ۲) $\frac{10}{3}$

۳) $\frac{11}{3}$ ۴) $\frac{5}{3}$

۷۲

مثال در دنبالهٔ هندسی با جملات ،جملهٔ هفتم چند برابر جملهٔ نهم است ؟ $x+1, 2x-1, 4x+2, \ldots$

۱) $\frac{16}{9}$ ۲) $\frac{9}{16}$

۳) $\frac{27}{4}$ ۴) $\frac{4}{27}$

۷۳

د ۹۳ به ازای یک مقدار x، اعداد x^2-2 ، $2x$ و x^2+4 ، به ترتیب سه جملهٔ اول از دنباله هندسی نزولی اند. مجموع هفت جملهٔ اول این دنباله، کدام است؟

۱) $\frac{117}{16}$ ۲) $\frac{125}{16}$

۳) $\frac{63}{4}$ ۴) $\frac{127}{8}$

۷۴

مثال سه عدد مثبت $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ به ترتیب، سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ هندسی اند در مورد $\log a, \log b, \log c$ کدام گزینه درست است؟

۱) سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ حسابی است.

۲) سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ هندسی است.

۳) $\log b$ واسطهٔ حسابی بین $\log a$ و $\log c$ است.

۴) $\log a$ واسطهٔ هندسی بین $\log b$ و $\log c$ است.

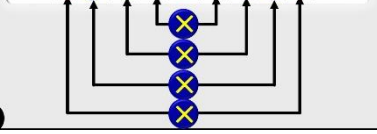
۷۵

توجه

$a, b, c \rightarrow b^2 = ac$

$1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, \ldots$

$\ldots, t, y, x, a, b, c, d, e, f, \ldots$



۷۶

مثال بین دو عدد ۳ و ۴۸ سه واسطهٔ هندسی چنان درج می‌کنیم که پنج جملهٔ حاصل دنباله ای هندسی و غیر یکنواست. مجموع این واسطه‌ها کدام است؟

۱) ۴۲ ۲) ۱۸ ۳) -42 ۴) -18

۷۷

مثال بین اعداد $2\sqrt{5}$ و ۲۵۰ ، چند عدد باید درج کنیم تا کل اعداد، دنبالهٔ هندسی با قدر نسبت $\sqrt{5}$ بسازند؟

۱) چهار
۲) پنج
۳) شش
۴) هفت

۷۸

مثال در یک دنبالهٔ هندسی حاصل ضرب پنج جملهٔ اول ۳۲ می باشد،جملهٔ سوم دنباله کدام است؟

۱) ۲ ۲) $\sqrt[5]{2}$ ۳) ۴ ۴) $\sqrt[5]{4}$

۷۹

سه جملهٔ متوالی با شماره های نامعلوم

$\frac{a}{r}, a, ar$

۸۰

د ۹۰ در یک دنبالهٔ هندسی مجموع سه جملهٔ متوالی ۱۹ و حاصل ضرب آن ها ۲۱۶ می باشد.تفاضل کوچک ترین و بزرگ ترین این سه عدد کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۸۱

مثال حاصل ضرب چهار جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ هندسی با جمله های مثبت و افزایشی برابر ۸۱ می باشد.اگر عدد بزرگ تر ۲۴ باشد، قدر نسبت دنباله کدام است؟

۱) ۴
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۹

۸۲

گلچین کردن سه جمله از یک دنبالهٔ حسابی و تشکیل دنبالهٔ هندسی

مثال جملات دوم و پنجم و نهم از یک دنبالهٔ حسابی غیر ثابت ، به ترتیب سه جملهٔ متوالی از یک دنبالهٔ هندسی اند. جملهٔ اول دنبالهٔ حسابی چند برابر قدرنسبت آن است ؟

۱) ۸ ۲) ۶
۳) ۴ ۴) ۲

۸۳

د ۹۲ جملات دوم ، پنجم و دوازدهم از یک دنبالهٔ حسابی، می توانند جملات متوالی از یک دنبالهٔ هندسی باشند، قدر نسبت دنبالهٔ هندسی کدام است ؟

۱) $\frac{5}{3}$ ۲) $\frac{7}{4}$ ۳) $\frac{7}{3}$ ۴) $\frac{9}{4}$

۸۴

د ۸۸ در یک دنبالهٔ عددی، جملات سوم، هفتم و نهم، می توانند سه جملهٔ متوالی از یک دنبالهٔ هندسی باشند. چندمین جملهٔ این دنباله، صفر است؟

۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۱۱ ۴) ۱۲

۸۵

توجه

$a,$

$a,$

مثال علی دو چرخه ای را به قیمت ۵۰۰ هزار تومان خرید. فرض کنید قیمت دوچرخهٔ دست دوم، در هر سال ۲۰ درصد نسبت به سال قبل از خودش کاهش یابد.

۸۶

دنبالهٔ فیبوناتچی

$\begin{cases} F_1 = 1 \ , \ F_2 = 1 \\ F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \end{cases}$

۸۷

د ۹۵ در یک دنباله اعداد $a_1 = 1$ و برای هر $n \geq 2$ داریم: $a_n = 2a_{n-1} + 1$ ،جملهٔ هشتم این دنباله، کدام است؟

۱) ۱۲۷ ۲) ۱۵۹ ۳) ۲۴۷ ۴) ۲۵۵

۸۸

خ ۹۵ در یک دنباله اعداد $a_1 = 3$ و برای هر $n \geq 2$ داریم: $a_n = 2a_{n-1} - 2$ ،حاصل $a_8 - a_7$ کدام است؟

۱) ۳۲ ۲) ۴۸ ۳) ۵۶ ۴) ۶۴

۸۹

۹۰